

باسمه تعالی

درسنامه فصل دوم ریاضی هشتم

اعداد اول و مرکب

تدوین کننده: اکرم انصاری - دبیر ریاضی دبیرستان مادر - منطقه ۱۰

تعریف عدد اول:

اگر عدد طبیعی بزرگتر از یک به جز خودش و یک بر عدد دیگری بخش پذیر نباشد، عددی اول است. مثل: ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹ و ...

پس برای این که ببینیم عددی اول است یا نه باید بخش پذیری آن را بر اعداد دیگر، بررسی کنیم.

مثلاً: عدد ۲۰۸ بر ۲ بخش پذیر است. چون یکنانش زوج (۰، ۲، ۴، ۶، ۸) است.

عدد ۱۲۳ بر ۳ بخش پذیر است. چون مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر است.

اعداد ۵۹۶۵ و ۹۸۲۰ بر ۵ بخش پذیرند. چون یکان آن ها صفر یا ۵ است.

برای بخش پذیری بر بقیه اعداد مثل ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۹ و ... باید **عمل تقسیم** انجام دهیم.

مثلاً برای این که ببینیم که ۹۱ بر ۷ بخش پذیر است یا نه؟ باید ۹۱ را بر ۷ تقسیم کنیم.

$$\begin{array}{r|l} 91 & 7 \\ -7 & 13 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

چون باقی مانده صفر شده، پس ۹۱ بر ۷ بخش پذیر است. همچنین می توانیم بگوییم که عدد ۹۱ بر ۱۳ نیز بخش پذیر است. می توانیم بنویسیم: $91 = 13 \times 7$

اگر عددی طبیعی اول نباشد و ۱ هم نباشد، عددی **مرکب** است.

تعریف عدد مرکب:

عددی است که به جز خودش و یک بر اعداد دیگر هم بخش پذیر است. عدد ۹۱ به جز خودش و ۱ بر ۷ و ۱۳ هم بخش پذیر است. پس مرکب است یعنی می توانیم بنویسیم:

$$91 = 13 \times 7$$

پس می توانیم در تعریف عدد مرکب این چنین نیز بگوییم:

عددی که بتوان آن را به صورت ضرب دو عدد بزرگتر از ۱ نوشت.

مثال: اعداد ۲۰۸ و ۱۲۱ و ۵۹۶۵ و ۹۸۲۰ و ۹۱ هیچکدام اول نیستند. چون بر اعدادی به جز خودشان و ۱ بخش پذیرند.

۲۰۸: ۲ ۱۲۱: ۱۱ ۵۹۶۵: ۵ ۹۸۲۰: ۲ ۹۱: ۷

سؤال ۱: از بین اعداد داده شده مشخص کنید کدام اول و کدام مرکب هستند. (دلیل بیاورید.)

۱۴۳، ۱۲۱، ۴۷۵، ۹۷، ۱۱۱۱۱۱، ۵۸۹۳۰

جواب:

مرکب (بر ۵) : ۴۷۵

مرکب (بر ۱۱) : ۱۲۱

مرکب (بر ۱۱) : ۱۴۳

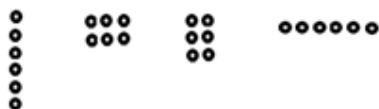
مرکب (بر ۵) : ۵۸۹۳۰

مرکب (بر ۳) : ۱۱۱۱۱۱

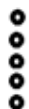
اول (بر هیچ عدد جز ۹۷ و ۱) : ۹۷

نکته: برای تشخیص اول نبودن یا مرکب بودن یک عدد، کافی است فقط مشخص کنیم به یک عدد بخش پذیر است. مثلاً دربارهٔ عدد ۲۴ کافی است بگوییم چون یکانش زوج است پس مرکب است. و لازم نیست بخش پذیری بر اعداد ۳ و ۴ و ۶ و ... نیز بررسی شود.

آرایش مستطیلی اعداد

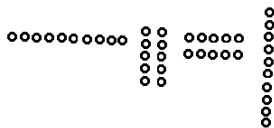


برای اعداد مرکب می توان چند آرایش مستطیلی نوشت. چون به جز خودشان و یک بر اعداد دیگری نیز بخش پذیرند. مثلاً برای عدد ۶ که بر ۲ و ۳ هم به جز خودش و ۱ بخش پذیر است می توان آرایش های مستطیلی مقابل را رسم کرد.



ولی اعداد اول که فقط بر ۱ و خودشان بخش پذیرند، فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند. مثلاً برای ۵ می توان نشان داد:

سؤال ۲: مشخص کنید هر یک از اعداد ۱۲ و ۲۳ چند آرایش مستطیلی دارند؟



جواب: ۱۰ دارای ۴ آرایش مستطیلی است. چون بر ۱، ۲، ۵، ۱۰ بخش پذیر است.

۲۳ دارای ۲ آرایش مستطیلی است. چون فقط بر ۱ و ۲۳ بخش پذیر

است.

مضربهای اعداد:

مضربهای طبیعی عدد ۶: ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ...

مضربهای طبیعی عدد ۷: ۷، ۱۴، ۲۱، ۲۸، ۳۵، ۴۲، ۴۹، ...

نکته: برای نوشتن مضربهای طبیعی اعداد، عدد مورد نظر را در اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ... ضرب می کنیم.

مثلاً برای نوشتن مضربهای عدد ۶ می نویسیم:

سؤال ۳: می دانیم عدد ۶ مرکب و عدد ۷ اول است. جملات را کامل کنید:

تمام مضربهای عدد ... مرکب هستند. و تمام مضربهای عدد ... مرکب هستند به جز:

جواب: تمام مضربهای عدد ۶.. مرکب هستند. و مضربهای عدد ۷.. مرکب هستند به جز: خود ۷..

مرجع تخصصی ریاضیات متوسطه اول (هفتم هشتم نهم)

گام به گام نهم

گام به گام هشتم

گام به گام هفتم

کلیپ های آموزشی نهم

کلیپ های آموزشی هشتم

کلیپ های آموزشی هفتم

نمونه سوالات نهم

نمونه سوالات هشتم

نمونه سوالات هفتم

جزوه و درسامه نهم

جزوه و درسامه هشتم

جزوه و درسامه هفتم

سؤال ۴: کامل کنید:

اگر عددی اول باشد، مضربهای طبیعی آن عدد و اگر عددی مرکب باشد، تمام مضربهای طبیعی آن عدد

جواب:

اگر عددی اول باشد، مضربهای طبیعی آن عدد **مرکب اند ولی به جز خودش**... و اگر عددی مرکب باشد، تمام مضربهای طبیعی آن عدد **مرکب اند**.

سؤال ۵: آیا این عبارات درست هستند؟

- (۱) تمام مضربهای ۱۱ اول هستند.
- (۲) غیر از ۳ هیچ مضرب ۳ اول نیست.
- (۳) مضرب های هر عدد مرکب، مرکب هستند.

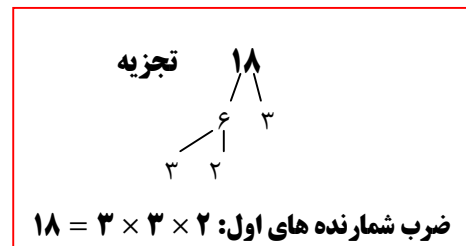
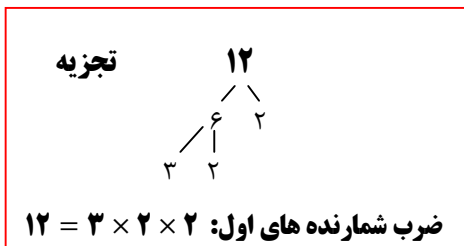
جواب:

- (۱) تمام مضربهای ۱۱ اول هستند. **نادرست**، چون فقط اولین مضرب آن (یعنی ۱۱) اول است و بقیه مرکب اند
- (۲) غیر از ۳ هیچ مضرب ۳ اول نیست. **درست**، چون در مضربهای ۳ فقط ۳ اول است و بقیه مرکب اند.
- (۳) تمام مضرب های هر عدد مرکب، مرکب هستند. **درست**، چون مضربهای اعداد مرکب همه از ضرب یک عدد در همان عدد ایجاد شده اند. و چون آن عدد مرکب است. همه مرکب اند

ب م م و ک م م دو عدد: (یادآوری)

برای پیدا کردن **ب م م** دو عدد از روش تجزیه، ابتدا باید اعداد را تجزیه کرد تا به صورت **ضرب شمارنده های اولشان** در آیند. سپس شمارنده های اولی که در هر دو عدد مشترک هست را نوشت:

مثال: به کمک تجزیه ب م م دو عدد ۱۸ و ۱۲ را به دست آورید.



در ضرب شمارنده های اول دو عدد می بینیم، هر دو 3×2 را دارند. پس ب م م دو عدد $3 \times 2 = 6$ است.

برای پیدا کردن ک م م دو عدد با استفاده از روش تجزیه اعداد، باید عامل های مشترک که همان ب م م است را در عامل های غیر مشترک آن ها ضرب کنیم.

یعنی اگر بخواهیم ک م م ۱۸ و ۱۲ را حساب کنیم، چنین عمل می کنیم:

$$6 \times (3 \times 2) = 36 \leftarrow \text{ک م م ۱۲ و ۱۸}$$

ب م م (مشترک ها) \times غیر مشترک ها

نکته: ب م م دو عدد را با (و) و ک م م دو عدد را با [و] نشان می دهیم.

نکته: اعدادی مانند ۲۵ و ۱۸ که شمارنده مشترکی به جز ۱ ندارند، نسبت به هم اول اند. چون در شمارنده های این دو عدد فقط ۱ مشترک است. بزرگترین شمارنده مشترکشان ۱ است.

سؤال: شمارنده های اعداد زیر را نوشته و ب م م آن ها را به دست آورید.

$$(18, 12) = 6$$

۱۸ → ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

$$(5, 12) = 1$$

۵ → ۱، ۵

۱۲ → ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

$$(24, 25) = 1$$

۲۴ → ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۲۵ → ۱، ۵

چند نکته:

۱- ب م م دو عدد متوالی همیشه ۱ است. (اعداد متوالی، یعنی اعداد پشت سر هم مثل: ۳ و ۴ - ۵ و ۶)
 مثال: $(8, 9) = 1$ و $(11, 12) = 1$

۲- اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، ب م م آن ها عدد کوچک تر است.

$$(6, 3) = 3$$

مثال: $(8, 16) = 8$

۳- ب م م دو عدد مثل هم، برابر خود عدد است.

$$(11, 11) = 11$$

مثال: $(8, 8) = 8$

۴- ب م م دو عدد، بزرگترین عددی است که هر دو عدد بر آن بخش پذیرند.

مثال و توضیح:

ب م م اعداد ۱۸ و ۲۴، برابر ۶ است. هر چند هر دو عدد بر ۱، ۲، ۳ هم بخش پذیرند، ولی بزرگترین شمارنده ۶ است.

سؤال: به طور ذهنی پاسخ دهید.

$$(23, 23) = 23 \quad (20, 21) = 1 \quad (63, 9) = 9 \quad (3, 5) = 1 \quad (4, 12) = 4$$

روش دیگر به دست آوردن ک م م دو عدد:

روش دیگری برای پیدا کردن ک م م دو عدد وجود دارد. مثلاً برای پیدا کردن ک م م ۱۲ و ۱۸ خواهیم داشت:

$$ک م م دو عدد = \frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{ب م م دو عدد}} = \frac{18 \times 12}{6} = 36$$

نکته: از این فرمول برای پیدا کردن هر یک از اجزای نسبت ک م م دو عدد = $\frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{ب م م دو عدد}}$ می توان استفاده کرد. به این معنی که :

$$\text{حاصل ضرب دو عدد} = \text{ب م م دو عدد} \times \text{ب م م دو عدد} \quad \frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{ب م م دو عدد}} = \text{ب م م دو عدد}$$

$$\text{عدد نا معلوم} = \frac{\text{ب م م دو عدد} \times \text{ک م م دو عدد}}{\text{عدد داده شده}}$$

مثال: اگر ب م م دو عدد ۶ و ک م م آن دو ۳۶ و یکی اعداد ۱۲ باشد، عدد دیگر کدام است؟

$$\frac{۱۲ \times \square}{۶} = ۳۶ \rightarrow \frac{۳۶ \times ۶}{۱۲} \rightarrow ۱۸ = \text{عدد دوم}$$

نکته: اگر ب م م دو عدد یک باشد، ک م م آن ها حاصل ضرب دو عدد است.

نکات:

۱: عبارت " هر عدد طبیعی دست کم دو شمارنده دارد " درست است یا نادرست؟

جمله **نادرست** است. چون عدد ۱ طبیعی است. اما فقط یک شمارنده دارد.

۲: " تنها عدد اول زوج، ۲ است. " درست است یا نادرست؟

جمله **درست** است. چون عدد ۲ تنها عددی است. هم اول و هم زوج است.

۳: اگر حاصل جمع دو عدد فرد شود، حتماً یکی از آن ها زوج و دیگری فرد است.

$$\begin{aligned} \text{عدد زوج} + \text{عدد زوج} &= \text{عدد زوج} & \leftarrow ۸ &= ۶ + ۲ \\ \text{عدد فرد} + \text{عدد زوج} &= \text{عدد فرد} & \leftarrow ۷ &= ۲ + ۵ \\ \text{عدد فرد} + \text{عدد فرد} &= \text{عدد زوج} & \leftarrow ۱۰ &= ۳ + ۷ \end{aligned}$$

نتیجه نکات ۲ و ۳:

اگر حاصل جمع دو عدد اول فرد شود، حتماً یکی از آن ها زوج است و چون می دانیم تنها عدد زوج ۲ است، پس حتماً یکی از آن اعداد اول ۲ است.

سؤال حاصل جمع دو عدد ۹۹ شده است. آن دو عدد را مشخص کنید.

جواب: کافی است از مجموع دو عدد ۲ که تنها عدد اول زوج است را کم کنیم:

$$۹۹ - ۲ = ۹۷$$

تنها عدد اول زوج

غربال اعداد (پیدا کردن اعداد اول)

غربال به معنی آلك کردن است. برای الك کردن، از وسیله ای سوراخ سوراخ برای جدا کردن استفاده می کنیم. می خواهیم اعداد اول را از اعداد غیر اول، (عدد ۱ و اعداد مرکب) جدا کنیم. انگار می خواهیم اعداد طبیعی را در الك ریخته، تکان دهیم. اعداد مرکب و عدد یک را بیرون ریخته، اعداد اول را نگه داریم.

اگر بخواهیم از بین اعداد ۱ تا ۵۰، اعداد اول را مشخص کنیم. باید اعداد غیر اول آن ها را کنار بگذاریم. اعداد غیر اول، یعنی اعداد مرکب و عدد ۱.

برای این کار باید مراحل زیر را به ترتیب انجام دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

۱- عدد ۱ را خط بزنییم.

چرا عدد ۱ را خط می زنییم؟ چون ما به دنبال پیدا کردن اعداد اول هستیم و عدد ۱ اول نیست.

۲- به جز ۲ مضربهای ۲ را خط بزنییم.

چرا ۲ را خط نمی زنییم؟ چون ۲ اول است. و ما به دنبال اعداد اول هستیم.

۳- به جز ۳ مضربهای ۳ را خط بزنییم.

چرا ۳ را خط نمی زنییم؟ چون ۳ اول است. و ما به دنبال اعداد اول هستیم.

۴- به جز ۵ مضربهای ۵ را خط بزنییم.

چرا ۵ را خط نمی زنییم؟ چون ۵ اول است. و ما به دنبال اعداد اول هستیم.

۵- به جز ۷ مضربهای ۷ را خط بزنییم.

چرا ۷ را خط نمی زنییم؟ چون ۷ اول است. و ما به دنبال اعداد اول هستیم.

۶- عمل خط زدن مضربها را باید فقط تا مضرب ۷ ادامه دهیم. چون $\sqrt{50} \approx 7$ اعداد باقی مانده همگی اول هستند.

سؤال: برای غربال اعداد ۱ تا ۳۰۰، تا مضرب های کدام عدد اول را باید خط زد؟

جواب: با توجه به این که $\sqrt{300} \approx 17$ پس تا مضربهای ۱۷ را باید خط بزنییم

سؤال: برای غربال اعداد ۱ تا ۱۵۰، تا مضربهای کدام عدد اول را باید خط زد؟

جواب: با توجه به این که $\sqrt{150} \approx 12$ پس تا مضربهای عدد اول کوچکتر از ۱۲ یعنی ۱۱ را باید خط بزنییم.

چند نکته :

۱- در غربال اعداد، هر عددی که بر اعداد اول کوچکتر بخش پذیر باشد، زودتر خط می خورد. مثلاً ۸۷ زودتر از ۲۵ خط می خورد. چون ۸۷ بر ۳ بخش پذیر است. ۲۵ بر ۵، و چون ۳ از ۵ کوچکتر است، پس ۸۷ زودتر خط می خورد.

۲- عدد های ۴ و ۹ و ۲۵ و ۴۹ و ۱۲۱ و ... که مجذور کامل هستند، هر کدام برای اولین مضرب جذرشان خط می خورند. به این معنی که مثلاً ۴ به عنوان اولین مضرب ۲ و ۹ به عنوان اولین مضرب عدد ۳ و ۲۵ به عنوان اولین مضرب عدد ۵ و ۴۹ به عنوان اولین مضرب عدد ۷ خط می خورند.

سؤال: عدد ۱۶۹ به عنوان اولین مضرب چه عددی خط می خورد؟

جواب: با توجه به این که: $\sqrt{169} = 13$ بنابراین این ۱۶۹ اولین بار به عنوان مضرب ۱۳ خط می خورد.

سؤال: با بررسی کامل، اول یا مرکب بودن عدد ۹۷ را مشخص کنید.

جواب: ابتدا باید ببینیم تا کدام عدد اول باید بخش پذیری را بررسی کنیم؟ با توجه به این که: $\sqrt{97} \approx 9$ بنابراین تا عدد اول کوچکتر از ۹ باید این بررسی را انجام دهیم. عدد اول کوچکتر از ۹، عدد ۷ است. پس تا ۷ بررسی را انجام می دهیم:

$$\begin{array}{r} 97 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad 13 \\ \hline 27 \\ - 21 \\ \hline 6 \end{array}$$

۹۷ بر ۲ بخش پذیر نیست. چون زوج نیست.

۹۷ بر سه بخش پذیر نیست، چون مجموع ارقامش (۷+۹=۱۶) بر ۳ بخش پذیر نیست.

۹۷ بر ۵ بخش پذیر نیست، چون یکانش ۰ یا ۵ نیست.

۹۷ بر ۷ بخش پذیر نیست، چون در تقسیمش باقیمانده صفر نیست.

بنابراین ۹۷ عددی اول است.

سؤال: با راه حل کامل بررسی کنید عدد ۱۰۳ اول است یا مرکب؟

جواب: ابتدا باید ببینیم تا کدام عدد اول باید بخش پذیری را بررسی کنیم؟ با توجه به این که: $\sqrt{103} \approx 10$ بنابراین تا عدد اول کوچکتر از ۱۰ باید این بررسی را انجام دهیم. عدد اول کوچکتر از ۱۰، عدد ۷ است. پس تا ۷ بررسی را انجام می دهیم:

$$\begin{array}{r} 103 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad 14 \\ \hline 33 \\ - 28 \\ \hline 5 \end{array}$$

۱۰۳ بر ۲ بخش پذیر نیست. چون زوج نیست. (یکانش ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ نیست)

۱۰۳ بر سه بخش پذیر نیست، چون مجموع ارقامش (۱+۳+۰=۴) بر ۳ بخش پذیر نیست.

۱۰۳ بر ۵ بخش پذیر نیست، چون یکانش ۰ یا ۵ نیست.

۱۰۳ بر ۷ بخش پذیر نیست، چون در تقسیمش باقیمانده صفر نیست.

بنابراین ۱۰۳ عددی اول است.

سؤال: با راه حل کامل بررسی کنید عدد ۱۴۳ اول است یا مرکب؟

جواب: ابتدا با توجه به این که: $\sqrt{143} \approx 11$

۱۴۳ بر ۲ بخش پذیر نیست. چون زوج نیست. (یکانش ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ نیست)

۱۴۳ بر سه بخش پذیر نیست، چون مجموع ارقامش (۱+۴+۳=۸) بر ۳ بخش پذیر نیست.

۱۴۳ بر ۵ بخش پذیر نیست، چون یکانش ۰ یا ۵ نیست.

۱۴۳ بر ۷ بخش پذیر نیست، چون در تقسیمش باقیمانده صفر نیست.

۱۴۳ بر ۱۱ بخش پذیر است، چون در تقسیمش باقیمانده صفر است.

بنابراین ۱۰۳ عددی مرکب است. (هم بر ۱۱، هم بر ۱۳ بخش پذیر است.)

$$\begin{array}{r} 143 \quad | \quad 7 \\ - 14 \quad \quad 20 \\ \hline 3 \\ - 0 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \quad | \quad 11 \\ - 11 \quad \quad 13 \\ \hline 33 \\ - 33 \\ \hline 0 \end{array}$$