www.salehkar.ir

مرجع تخصصی ریاضیات متوسطه اول (هفتم هشتم نهم)

گام به گام هفتم

گام به گام هشتم

گام به گام نهم

کلیپ هاي آموزشی هفتم

کلیپ هاي آموزشی هشتم

کلیپ هاي آموزشی نهم

نمونه سوالات هفتم

نمونه سوالات هشتم

نمونه سوالات نهم

جزوه و درسنامه هفتم

جزوه و درسنامه هشتم

جزوه و درسنامه نهم

.*.*.*.*. به نام خدای ریاضی .*.*.*.*.

ریاضی هشتم

به زبان ساده

مهرداد سعیدی‌فرید، سپیده اوسطی

سرشناسه	:	سعیدی‌فرید، مهرداد، ۱۳۶۲ -
عنوان و نام پدیدآور	:	ریاضی هشتم به زبان ساده.
مشخصات نشر	:	ورامین: مهرداد سعیدی‌فرید، ۱۳۹۵ .
مشخصات ظاهری	:	۱۸۰ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	:	۲ – ۵۸۷۸ – ۰۴ – ۶۰۰ - ۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی :	:	فیپای مختصر.
یادداشت	:	فهرستنویسی کامل این اثر در نشانی: http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
شناسه افزوده	:	اوسطی، سپیده، ۱۳۶۳ -،همکار
شماره کتابشناسی ملی	:	۴۳۷۶۹۲۹

عنوان کتاب	:	**ریاضی هشتم به زبان ساده**
مؤلفان	:	**مهرداد سعیدی‌فرید و سپیده اوسطی**
ناشر	:	**مؤلف**
نوبت چاپ	:	**اول، ۱۳۹۵**
شابک	:	**۲ – ۵۸۷۸ – ۰۴ – ۶۰۰ – ۹۷۸**
تیراژ	:	**۱۰۰۰ جلد**
قیمت	:	**۱۶۰۰۰۰ ریال**

پیشگفتار

هدف از آموزش ریاضیات در دوره متوسطه اول، بیشتر آشناکردن دانش‌آموزان با مطالب و مباحثی است که در زندگی روزمره کاربرد فراوان دارند. می‌دانیم برای آموزش علوم مختلف - از جمله ریاضیات - باید از روش‌هایی استفاده شود که علاوه بر تفهیم و تثبیت مطالب در ذهن دانش‌آموز، باعث ایجاد خلاقیت و انگیزه بیشتر فراگیران برای آموختن مطالب بیشتر و جدیدتر شود. هم‌چنین نمی‌توان منکر این نکته بود که امروزه انگیزه دانش‌آموزان برای مطالعه نسبت به سال‌های قبل به مراتب کمتر شده و بسیاری از آن‌ها کسب نمره مناسب در درسی مانند ریاضی و برخی نیز گرفتن نمره قبولی در این درس را هدف اصلی و غایی خود قرار داده‌اند. لذا بر آن شدیم تا با گردآوری یک مجموعه تفهیمی - آموزشی برای درس ریاضی به نام **ریاضی (هفتم/هشتم/نهم) به زبان ساده**، گامی در حد بضاعت - هر چند بسیار کوچک - در جهت نیل به اهداف عالی آموزش و پرورش برداشته باشیم.

کتاب حاضر با نام **ریاضی هشتم به زبان ساده**، شامل توضیح ساده و روان مطالب کتاب ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه بوده و هم‌چنین بیش از **۱۸۰ مثال حل شده با توضیح کامل** و **بیش از ۳۴۰ نکته آموزشی** را در خود دارد. در ابتدای هر فصل، بارم آن فصل در طراحی سئوالات نوبت اول و نوبت دوم مطابق با بخشنامه ابلاغی وزارت آموزش و پرورش جهت اطلاع دانش‌آموزان ذکر شده است. در پایان هر فصل نیز سئوالاتی منطبق با اهداف آموزشی همان فصل تحت عنوان خودارزیابی گنجانده شده که دانش‌آموزان عزیز با انجام آن‌ها، می‌توانند توانایی خود را در میزان فهم و یادگیری آن فصل، مورد ارزیابی قرار دهند.

از آن‌جایی که معتقدیم هر کار - هر قدر هم برای آن تلاش شده باشد - باز هم عاری از نقص نیست و هم‌چنین با توجه به اینکه اعتقاد داریم خرد جمعی همواره برتر از خرد فردی است، لذا از اساتید، صاحبنظران، دبیران ارجمند و خوانندگان گرامی صمیمانه تقاضا داریم با ارائه نظرات، پیشنهادات و انتقادات سازنده خود از طریق پست الکترونیکی SaeidyFarid@yahoo.com و یا شناسه SaeidyFarid@ در نرم‌افزار پیام‌رسان اجتماعی، ما را در تصحیح و بهبود بیشتر این کتاب، یاری فرمایند.

با تشکر - مؤلفین

.*.*.*.*. فهرست مطالب .*.*.*.*.

فصل چهارم:

جبر و معادله

طبق دستورالعمل ابلاغی وزارت آموزش و پرورش،

در ارزشیابی نوبت اول ۵ نمره و در ارزشیابی نوبت دوم (پایانی) ۲ نمره

از این فصل سئوال مطرح خواهد شد.

تبدیل عبارات کلامی به جبری

می‌دانید محیط مربع از رابطه « ۴ × اندازه یک ضلع » محاسبه می‌شود. این فرمول با تغییر اندازه ضلع مربع تغییر ماهیت نمی‌دهد، یعنی اندازه ضلع مربع هر قدر باشد، در عدد ۴ ضرب می‌شود. پس می‌توان گفت اندازه ضلع مربع قابل تغییر یا متغیر است و می‌توان به جای آن از حروف انگلیسی استفاده کرد. در حالت کلی می‌توان گفت اگر اندازه ضلع مربعی برابر با a باشد، محیط آن از رابطه a × ۴ و یا ۴a قابل محاسبه خواهد بود. به جدول زیر دقت کنید:

شکل	محیط (کلامی)	مساحت (کلامی)	محیط (جبری)	مساحت (جبری)
مربع به ضلع a	۴ × یک ضلع	خودش × یک ضلع	۴a	$a \times a = a^{۲}$
مستطیل به طول a و عرض b	۲ × (عرض + طول)	عرض × طول	$(a + b) \times ۲$	$a \times b$
مثلث به اضلاع a و b و قاعده c و ارتفاع h	مجموع ۳ ضلع	$\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲}$	$a + b + c$	$\frac{c \times h}{۲}$
لوزی به ضلع a و قطرهای b و c	۴ × یک ضلع	$\frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{۲}$	۴a	$\frac{b \times c}{۲}$
متوازی‌الاضلاع به طول a و عرض b و ارتفاع h	۲ × (عرض + طول)	قاعده × ارتفاع	$(a + b) \times ۲$	$a \times h$
دایره به شعاع r	عدد پی × قطر	۳/۱۴ × شعاع × شعاع	$۲ \times r \times \pi$	$r^{۲} \pi$
ذوزنقه به قاعده‌های a و b و عرض‌های c و d و ارتفاع h	مجموع ۴ ضلع	$\frac{\text{ارتفاع} \times (\text{ق کوچک} + \text{ق بزرگ})}{۲}$	$a + b + c + d$	$\frac{(a+b) \times h}{۲}$

مثال ۱) هر یک از جملات داده شده را به صورت عبارتی جبری نمایش دهید.

الف) هر عدد به توان ۱ برابر با همان عدد است.

ب) حاصل‌ضرب هر عدد یا جمله جبری در عدد صفر برابر با صفر است.

ج) عدد ۱ به توان هر عددی برسد، حاصل برابر با ۱ می‌شود.

د) در ضرب اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی، برای به‌دست آوردن حاصل، یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

ه) حاصل‌جمع عدد صفر با هر عدد یا جمله جبری، برابر با همان عدد یا جمله جبری است.

پاسخ: الف) $a^{1} = a$ ب) $a \times 0 = 0$ ج) $1^{a} = 1$

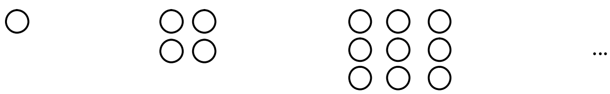
د) $a^{m} \times a^{n} = a^{m+n}$ ه) $0 + a = a$

الگوهای عددی

در سال قبل دیدید در بعضی مسئله‌ها بین عددها و یا تعداد شکل‌ها رابطه‌هایی وجود دارد.

به عنوان مثال در مورد شکل زیر دیدید که تعداد دایره‌های هر شکل، از ضرب شماره شکل در خودش به دست می‌آید. مثلاً شکل سوم شامل ۹ = ۳ × ۳ دایره و شکل دهم ۱۰۰ = ۱۰ × ۱۰ دایره می‌باشد. با توجه به شکل و مطالب بیان شده می‌توان جدولی مانند جدول زیر تشکیل داد:

شکل اول　شکل دوم　شکل سوم　...



شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد دایره‌ها	۱	۴	۹	...	$n \times n = n^{2}$

مثال ۲) جمله n اُم الگوهای عددی زیر را بنویسید.

الف) $۱ , \frac{۱}{۲} , \frac{۱}{۳} , \frac{۱}{۴} , ... , ?$ ⟹ جمله n اُم = $\frac{۱}{n}$

توضیح این‌که در این کسرها (البته عدد ۱ را هم به شکل $\frac{۱}{۱}$ ببینید)، صورت همواره ۱ است و مخرج متغیر بوده و با شماره کسر برابری می‌کند. یعنی مخرج اولین کسر برابر ۱ و مخرج دومین کسر برابر ۲ و به همین ترتیب مخرج n اُمین کسر برابر n خواهد بود.

ب) ۱۰ ، ۲۰ ، ۳۰ ، ... ، ? ⟹ جمله n اُم = ۱۰n

ج) ۱ ، ۳ ، ۵ ، ۷ ، ... ، ? ⟹ جمله n اُم = ۲n − ۱

* اما همیشه پیدا کردن الگوی عددی و رابطه موجود بین اعداد به همین سادگی نیست، در حالت کلی برای پیدا کردن الگوی موجود در یک دنباله عددی، مراحل زیر باید طی شود:

الف) مقدار فاصله ثابت موجود بین عددها در الگوی داده شده را پیدا کنید،

ب) یک ضریب حروفی انگلیسی (مانند n) برای آن عدد قرار دهید،

ج) حالا باید تشخیص دهید که اگر شماره شکل به جای حرف انگلیسی عبارت به‌دست آمده به این روش قرار گیرد، باید با چه عددی جمع شود تا بتواند اعداد موجود در الگو را بسازد.

مثال ۳) جمله n اُم دنباله‌داده شده را بیابید. ۲ ، ۶ ، ۱۰ ، ۱۴ ، ... ، ?

پاسخ: برای پیدا کردن جمله n اُم، ابتدا مقدار فاصله بین اعداد را پیدا می‌کنیم (یعنی ۴). حالا یک ضریب حرفی مانند n برای آن قرار می‌دهیم (تا این‌جا می‌شود ۴n). حالا باید ببینیم ۴n برای این‌که **جمله اول** دنباله که عدد ۲ است را بسازد، باید با چه عددی جمع شود تا ۲ حاصل گردد، یعنی در مربع چه عددی قرار بگیرد $۴(۱) + \boxed{} = ۲$ ؟ که می‌بینید عدد ۲- باید در مربع قرار گیرد. در نتیجه جمله n ام اعداد داده شده برابر **۴n − ۲** می‌باشد.

مثال ۴) جملهٔ n اُم دنباله‌داده شده را بیابید. ۱۶ ، ۱۳ ، ۱۰ ، ۷ ، ... ، ?

پاسخ: فاصله بین اعداد (۳-) است که با ضریب حرفی می‌شود ۳n- . حالا باید بررسی کنیم که ۳n- با جمع یا تفریق با چه عددی می‌تواند جمله اول دنباله که ۱۶ است را بسازد، یعنی در مربع باید چه عددی باشد: ۱۶ = ☐ + (۱)۳- که پاسخ مربع برابر ۱۹ است. در نتیجه جمله n اُم دنباله عددی داده شده برابر **۱۹ + ۳n-** است.

* اگر در یک الگوی عددی فاصله بین اعداد ثابت نباشد، یکی از بهترین راه‌های پیدا کردن جمله n اُم، تجزیه اعداد داده شده است.

مثال ۵) جملهٔ n اُم دنباله‌داده شده را بیابید. ۱ ، ۸ ، ۲۷ ، ...

پاسخ: ۲۷ = ۳ × ۳ × ۳ = $۳^۳$ ۸ = ۲ × ۲ × ۲ = $۲^۳$ ۱ = ۱ × ۱ × ۱ = $۱^۳$

و برای جمله n ام می‌توان نوشت: $n \times n \times n = n^3$

عبارت جبری

در سال قبل دیدید به عبارت‌هایی مانند ۳x+۱ ، ۵k-۲b ، ۲x-y- ، a و... که شامل یک یا چند عدد، متغیر (حروف انگلیسی) و عمل‌هایی مانند جمع، تفریق، ضرب و یا تقسیم باشند، عبارت جبری می‌گویند. توجه داشته باشید که در عبارات جبری معمولاً علامت ضرب بین عدد و حروف را نمی‌نویسند و به جای علامت ضرب، از نقطه (.) و یا پرانتز استفاده می‌شود که با حرف x انگلیسی اشتباه نشود. به عنوان مثال تمام جملات نوشته شده در سطر بعد با هم برابرند:

۵×x×y ، ۵xy ، ۵x.y ، ۵(x)(y) ، ۵(x)y ، ۵(x).(y) ، ۵×(x)(y) ،...

یک جمله‌ای

از ضرب یک عدد در یک یا چند حروف توان‌دار (توان حروف حتماً باید عددی حسابی باشد)، یک‌جمله‌ای جبری ساخته می‌شود. به عبارت دیگر اگر در عبارتی، بین اعداد و حروف فقط علامت ضرب باشد و علامت جمع و تفریق قرار نگرفته باشد، آن عبارت یک جمله‌ای است. به عدد هر یک جمله‌ای، **ضریب عددی** و به حرف یا حروف آن، **متغیر** گفته می‌شود. به عنوان مثال در عبارت جبری $6a$، ضریب عددی برابر ۶ و متغیر حرفی a است.

نکته ۱) متغیرها (حروف انگلیسی)، نمادهایی هستند که برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص به کار می‌روند.

نکته ۲) جمله‌ای که ضریب عددی برای آن نوشته نشده باشد، ضریب آن عدد ۱ می‌باشد، یعنی: $a = 1a$

نکته ۳) همه اعداد، یک جمله‌ای هستند. مثل ۳- ، ۰/۵ ، ۰ ، ۲ و $\frac{2}{3}$. زیرا می‌توان گفت توان متغیر آن‌ها برابر با صفر است. $2 = 2x^0$

نکته ۴) اگر ضریب عددی در یک جمله جبری صفر باشد، حاصل آن جمله برابر صفر است:

$0x = 0$

نکته ۵) ضریب عددی کسری به دو صورت قابل نوشتن است:

$$\frac{2}{3}x = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{x^5}{2} = \frac{1}{2}x^5$$

نکته ۶) جابجایی بین حروف متغیر در یک جمله جبری اشکالی ندارد:

$2ab = 2ba$

$yx^2 = x^2y$

جملات متشابه

جملات متشابه، جملاتی هستند که متغیر (قسمت حروفی به همراه توان) آن‌ها کاملاً مانند هم باشند. یعنی تشابه دو یا چند یک جمله‌ای اصلاً به ضریب عددی آن‌ها بستگی نداشته و فقط به قسمت حروفی یا متغیر آن‌ها مرتبط است. مثلاً دو جمله ۳a و ۸/۵a- با هم متشابه بوده، ولی دو جمله ۵b و ۵$b^۲$ متشابه نیستند.

چند جمله‌ای‌ها

از جمع یا تفریق چند یک‌جمله‌ای **<u>غیرمتشابه</u>**، چند جمله‌ای حاصل می‌شود. به عنوان مثال عبارت ۳a + b عبارتی دو جمله‌ای و عبارت a + b + c سه جمله‌ای هستند، ولی عبارت a + ۲a قابل ساده شدن به صورت ۳a بوده و یک جمله‌ای است.

ساده کردن عبارات جبری

برای ساده کردن عبارات جبری، ابتدا جملات متشابه را جدا یا دسته‌بندی کرده و دقیقاً مانند آن‌چه در دوران ابتدایی برای جمع و تفریق انجام می‌دادید، در مورد آن‌ها عمل کنید. یعنی در مورد جملات متشابه، ضرایب عددی آن‌ها را با هم جمع کرده و سپس قسمت حرفی (متغیر) را جلوی آن بگذارید. به مثال زیر دقت کنید.

مثال ۶)

m + m + m = ۳ × m = ۳m　⟸　۴ + ۴ + ۴ = ۳ × ۴

۲a + ۳a = ۵a　⟸　۲☆ + ۳☆ = ۵☆

۱۹t - ۱۲t = ۷t　⟸　۱۹☺ - ۱۲☺ = ۷☺

$\underline{۷mn} + \underline{\underline{۴n}} - \underline{\underline{۶n}} + \underline{۳mn} = ۱۰mn - ۲n$

ضرب یک جمله جبری در یک پرانتز

برای این منظور باید عدد یا جمله بیرون پرانتز را در تک‌تک موارد داخل پرانتز ضرب کرده و سپس در صورت امکان، حاصل به‌دست آمده را ساده کرد. توجه داشته باشید که هنگام ضرب کردن، اعداد در یک‌دیگر و حروف نیز در هم ضرب می‌شوند.

مثال ۷) عبارات داده شده را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $۵x\ (۲x + ۳y) = (۵x \times ۲x) + (۵x \times ۳y) = ۱۰x^۲ + ۱۵xy$

ب) $-(۹m - ۴n) = -۹m + ۴n$

ج) $-۲(a + ۳b) - ۵a = (-۲ \times a) + (-۲ \times ۳b) - ۵a = -۲a - ۶b - ۵a = -۷a - ۶b$

ضرب دو چندجمله‌ای در یک‌دیگر

اگر دو پرانتز که هر کدام شامل عبارتی جبری هستند بخواهند در یک‌دیگر ضرب شوند، باید تک‌تک جملات پرانتز اول را در تک‌تک موارد پرانتز دوم ضرب کنید. پس از انجام ضرب، می‌توان جملات مشابه را با یک‌دیگر ساده کرد.

مثال ۸) عبارت داده شده را ساده کنید.

$$(۳x + ۲y)\ (x - ۵y) = ۳x^۲ \underline{\underline{- ۱۵xy}}\ \underline{\underline{+ ۲yx}} - ۱۰y^۲ = ۳x^۲ - ۱۳xy - ۱۰y^۲$$

مثال ۹) مساحت مستطیلی به طول $(۲a + b)$ و عرض $(a - b)$ را محاسبه کنید.

پاسخ: می‌دانید مساحت برای محاسبه مساحت مستطیل، باید طول آن را در عرض ضرب کرد. یعنی:

$$(۲a + b)\ (a - b) = ۲a^۲ \underline{- ۲ab}\ \underline{+ ba} - b^۲ = ۲a^۲ - ab - b^۲$$

نکته ۷) جمله n اُم اعداد زوج را به صورت $۲m$ یا $۲n$ یا $۲k$ یا... نمایش می‌دهند.

نکته ۸) جمله n اُم اعداد فرد را به صورت $۲m - ۱$ یا $۲m + ۱$ یا $۲n - ۱$ یا $۲n + ۱$ یا... نمایش می‌دهند.

مثال ۱۰) نشان دهید حاصل‌ضرب هر دو عدد زوج دلخواه، عددی زوج است.

پاسخ: ابتدا دو عدد زوج دلخواه مانند $۲n$ و $۲m$ را در نظر گرفته و آن‌ها را در یکدیگر ضرب کنید:

$$۲m \times ۲n = ۲ \times \underbrace{(m \times ۲ \times n)}_{k\ \text{عددی مانند}} = ۲k = \text{عددی زوج}$$

مثال ۱۱) نشان دهید حاصل‌ضرب هر دو عدد فرد دلخواه، عددی فرد است.

پاسخ: ابتدا دو عدد فرد دلخواه مانند $۲n - ۱$ و $۲m - ۱$ را در نظر گرفته و آن‌ها را در یکدیگر ضرب کنید:

$$(۲m - ۱)(۲n - ۱) = ۴mn - ۲m - ۲n + ۱ =$$

$$۲\underbrace{(۲mn - m - n)}_{k\ \text{عددی مانند}} + ۱ = ۲k + ۱ = \text{عددی فرد}$$

مثال ۱۲) نشان دهید حاصل‌ضرب عددی زوج در عددی فرد، عددی زوج است.

پاسخ: ابتدا عددی زوج مانند $۲n$ و عددی فرد مانند $۲m - ۱$ را در نظر گرفته و آن‌ها را در یکدیگر ضرب کنید:

$$۲n \times (۲m - ۱) = ۴nm - ۲n = ۲\underbrace{(۲mn - n)}_{k\ \text{عددی مانند}} = ۲k = \text{زوج}$$

مثال ۱۳) نشان دهید حاصل‌جمع هر دو عدد فرد دلخواه، عددی زوج است.

پاسخ:

$$(۲m - ۱) + (۲n - ۱) = ۲m + ۲n - ۲ = ۲\underbrace{(m + n - ۱)}_{k\ \text{عددی مانند}} = ۲k$$

مثال ۱۴) نشان دهید حاصل‌جمع هر دو عدد زوج دلخواه، عددی زوج است.

پاسخ:

$$۲m + ۲n = ۲\underbrace{(m+n)}_{\text{عددی مانند } k} = ۲k$$

مثال ۱۵) نشان دهید حاصل‌جمع هر عدد زوج با عددی فرد، عددی فرد است.

پاسخ:

$$۲m + (۲n - ۱) = ۲\underbrace{(m+n)}_{\text{عددی مانند } k} - ۱ = ۲k - ۱$$

گسترده‌نویسی اعداد

اگر یک عدد را در جدول ارزش‌مکانی قرار داده و رقم قرار گرفته در هر ستون را در مرتبه‌اش ضرب کنیم، جمع اعداد به‌دست آمده، همان گسترده یا بسط عدد اولیه می‌باشد.

مثال ۱۶) گسترده عدد سه رقمی ۱۲۳ و عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را بنویسید.

پاسخ:

یکان	دهگان	صدگان
۳	۲	۱

$$۱۲۳ = ۱ \times ۱۰۰ + ۲ \times ۱۰ + ۳ \times ۱ = ۱۰۰ + ۲۰ + ۳$$

یکان	دهگان
b	a

$$\overline{ab} = a \times ۱۰ + b \times ۱ = ۱۰a + b$$

مقلوب یک عدد

اگر جایگاه قرار گرفتن رقم‌های یک عدد را با هم عوض کنیم، مقلوب آن عدد به‌دست می‌آید. مثلاً مقلوب عدد سه رقمی $\overline{abc}$ برابر با عدد سه رقمی $\overline{cba}$ می‌باشد. (۳۲۱ ← ۱۲۳)

مثال ۱۷) حاصل‌جمع هر عدد دو رقمی و مقلوبش همواره بر چه عددی بخش‌پذیر است؟

پاسخ: برای پاسخ به این سئوال عدد دو رقمی $\overline{ab}$ و مقلوبش یعنی $\overline{ba}$ را بسط می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{ab} = ۱۰a + b\\ \overline{ba} = ۱۰b + a\end{array}\right\} \rightarrow \overline{ab} + \overline{ba} = ۱۰a + b + ۱۰b + a =$$

$$۱۱a + ۱۱b = ۱۱\underbrace{(a + b)}_{\text{عددی مانند } k} = ۱۱k$$

مشاهده می‌شود که حاصل جمع دو عدد برابر با $۱۱(a + b)$ است، پس می‌توان گفت حاصل جمع هر عدد دو رقمی و مقلوب آن همواره بر عدد ۱۱ بخش‌پذیر است.

مثال ۱۸) حاصل‌تفریق هر عدد دو رقمی و مقلوبش همواره بر چه عددی بخش‌پذیر است؟

پاسخ: برای پاسخ به این سئوال عدد دو رقمی $\overline{ab}$ و مقلوبش یعنی $\overline{ba}$ را بسط می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{ab} = ۱۰a + b\\ \overline{ba} = ۱۰b + a\end{array}\right\} \rightarrow \overline{ab} - \overline{ba} = ۱۰a + b - (۱۰b + a) =$$

$$۱۰a + b - ۱۰b - a = ۹a - ۹b = ۹(a - b)$$

پس حاصل تفریق هر عدد دو رقمی و مقلوب آن همواره بر عدد ۹ بخش‌پذیر است.

مقدار عددی یک عبارت جبری

اگر در یک عبارت جبری، به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی را قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت جبری به‌دست می‌آید. لازم به ذکر است برای محاسبه مقدار عددی یک عبارت جبری، اولویت انجام عملیات باید رعایت شود.

مثال ۱۹) مقدار عددی عبارت جبری $x + ۳y - ۵$ را به ازای $x = ۲$ و $y = -۳$ بدست آورید.

پاسخ: $x + ۳y - ۵ = ۲ + ۳(-۳) - ۵ = ۲ - ۹ - ۵ = -۱۲$

نکته ۹) گاهی اوقات عبارت جبری داده شده طولانی ولی قابل ساده شدن است. در این موارد برای به‌دست آوردن مقدار عددی، بهتر است ابتدا عبارت جبری را تا حد امکان ساده کرده و سپس مقادیر داده شده برای حروف را در آن جاگذاری کنیم.

مثال ۲۰) مقدار عددی عبارت جبری داده شده را به ازای $x = ۵$ و $y = -۵$ به‌دست آورید.

$$\underline{۲xy} \; \underline{-۵x} \; \underline{+۸y} \; - \; \underline{۵xy} \; \underline{+۷x} \; \underline{-y} \; \underline{-۲x} = -۳xy + \cancel{۰x} + ۷y = -۳(۵)(-۵) + ۷(-۵) =$$
$$۷۵ - ۳۵ = ۴۰$$

تجزیه عبارات جبری

تجزیه کردن یک عبارت جبری، عکس عمل خاصیت پخشی (توزیع‌پذیری) ضرب نسبت به جمع است. در خاصیت پخشی دیدید که اگر عدد یا جمله‌ای جبری پُشت یک پرانتز قرار می‌گرفت، در تک‌تک جملات داخل پرانتز ضرب می‌شد. حال اگر تساوی نوشته شده را از سمت راست به چپ ببینیم، در حقیقت تجزیه عبارت جبری است.

$$\overset{\xrightarrow{\text{خاصیت پخشی}}}{\underset{\xleftarrow[\text{تجزیه}]{}}{a(b+c) = ab + ac}}$$

برای ساده‌کردن کسرها در سال هفتم بیان شد که می‌توان صورت و مخرج یک‌کسر را بر ب‌م‌م (بزرگ‌ترین شمارنده یا مقسوم‌علیه مشترک) آن‌ها تقسیم کرد. به مثال زیر دقت کنید:

مثال ۲۱) $\frac{۴۸}{۷۲} = \frac{۲ \times \cancel{۲۴}}{۳ \times \cancel{۲۴}} = \frac{۲}{۳}$

در تجزیه عبارات جبری که شامل اعداد و حروف (متغیر) می‌باشند نیز به همین روش عمل می‌کنیم، با این تفاوت که علاوه بر ب‌م‌م اعداد، باید ب‌م‌م حروف یا متغیرها را نیز محاسبه کرد. برای این منظور ب‌م‌م متغیرها را با استفاده از قاعده **حروف مشترک با توان کمتر** محاسبه

می‌کنیم. مثلاً در دو عبارت $a^۲b^۳$ و $a^۳b^۴c$ ب‌م‌م برابر با $a^۲b^۳$ می‌باشد؛ زیرا توان کمتر حرف a برابر با ۲ و توان کمتر حرف b برابر ۳ بوده و حرف c نیز مشترک نیست.

* برای تبدیل یک عبارت جبری به حاصل‌ضرب دو عبارت جبری (فاکتورگیری)، ابتدا باید ب‌م‌م جملات داده شده در عبارت را محاسبه کرد. سپس ب‌م‌م به‌دست آمده را به عنوان جمله مشترک پُشت پرانتز قرار می‌دهیم و تک‌تک جملات عبارت اصلی را بر آن جمله مشترک تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب عبارت جبری به حاصل‌ضرب دو عبارت جبری تبدیل می‌شود.

مثال ۲۲) عبارت جبری داده شده را به صورت حاصل‌ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$۱۲a^۲b^۳ - ۱۸ab^۲ =$

پاسخ: برای این منظور ابتدا ب‌م‌م اعداد ۱۲ و ۱۸ را محاسبه می‌کنیم: ۶ = (۱۸ ، ۱۲) و هم‌چنین ب‌م‌م متغیرها را به‌دست می‌آوریم که عبارتست از حروف مشترک با توان کمتر، یعنی $ab^۲$. پس ب‌م‌م جملات فوق برابر با $۶ab^۲$ است که باید پُشت پرانتز نوشته شود. یعنی تا این‌جا می‌توان نوشت:

$۱۲a^۲b^۳ - ۱۸ab^۲ = ۶ab^۲\ (.......... - ....)$

حالا با توجه به عکس عمل پخشی یا توزیع‌پذیری ضرب که تقسیم است، باید تک‌تک جملات عبارت اصلی را بر ب‌م‌م به‌دست آمده تقسیم کنیم تا جاهای خالی داخل پرانتز مشخص گردند.

$$\frac{\text{اولین جمله عبارت اصلی}}{\text{ب‌م‌م}} = \frac{۱۲a^۲b^۳}{۶ab^۲} = \frac{۲ \times \cancel{۶} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b} \times \cancel{b} \times b}{\cancel{۶} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b}} = ۲ab$$

$$\frac{\text{دومین جمله عبارت اصلی}}{\text{ب‌م‌م}} = \frac{۱۸ab^۲}{۶ab^۲} = \frac{۳ \times \cancel{۶} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b}}{\cancel{۶} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b}} = ۳$$

با توجه به مطالب فوق می‌توان نوشت:

$\mathbf{۱۲a^۲b^۳ - ۱۸ab^۲ = ۶ab^۲\ (۲ab - ۳)}$

مثال ۲۳) درستی پاسخ مثال ۲۲ (مثال قبل) را بررسی کنید.

پاسخ: برای کنترل درستی انجام عملیات فوق، می‌توان از خاصیت توزیع‌پذیری یا پخشی ضرب کمک گرفت:

$$6ab^2(2ab - 3) = (6ab^2 \times 2ab) - (6ab^2 \times 3) = 12a^2b^3 - 18ab^2$$

نکته ۱۰) اگر در صورت و مخرج کسری علامت جمع و تفریق بین جملات جبری وجود داشت، می‌توان ابتدا جمع و تفریق را به ضرب تبدیل کرده و سپس کسر را ساده کرد.

مثال ۲۴) عبارت $\frac{2a + 2b^2}{3a^2 + 3ab^2}$ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

پاسخ:

$$\frac{2a + 2b^2}{3a^2 + 3ab^2} = \frac{2\cancel{(a + b^2)}}{3a\cancel{(a + b^2)}} = \frac{2}{3a}$$

نکته ۱۱) در اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی، عددی که توان کمتری دارد، ب‌م‌م است.

مثال ۲۵) عبارت $3^{10} - 3^7$ را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

پاسخ:

$$3^{10} - 3^7 = 3^7(3^3 - 1)$$

ساده‌کردن عبارات جبری توان‌دار

می‌دانید عبارت کلامی «هر عدد به توان ۲» را به‌صورت x^2 نمایش داده و به معنی این است که عددی دلخواه مثل x در خودش ضرب می‌شود. از این مثال می‌توان در ساده‌کردن عبارات جبری توان‌دار کمک گرفت، به این معنی که اگر یک پرانتز که شامل عبارتی جبری است به توان ۲ برسد، یعنی آن پرانتز باید در خودش ضرب شود. لازم به یادآوری است که هنگام ضرب دو پرانتز در یک‌دیگر، تک‌تکِ موارد پرانتز اول در تک‌تکِ موارد پرانتز دوم ضرب می‌شود.

مثال ۲۶) عبارات داده شده را ساده کنید.

الف) $(۳x^۲)^۲ = ۳x^۲ \times ۳x^۲ = ۹x^۴$

ب) $(x + y)^۲ = (x + y) \times (x + y) = x^۲ + \underline{xy} + \underline{yx} + y^۲ = x^۲ + ۲xy + y^۲$

ج) $(۲a - ۵b)^۲ = (۲a - ۵b)(۲a - ۵b) = ۴a^۲ - \underline{۱۰ab} - \underline{۱۰ba} + ۲۵b^۲ = ۴a^۲ - ۲۰ab + ۲۵b^۲$

نکته ۱۲) دقت داشته باشید که: $(a + b)^۲ \neq a^۲ + b^۲$

نکته ۱۳) با توجه به خاصیت پخشی (توزیع‌پذیری) ضرب، می‌توان گفت: $a - b = -(b - a)$

معادله (یادآوری)

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، معادله نام دارد.

به عبارت ساده‌تر می‌توان گفت اگر یک تساوی عددی شامل متغیر باشد، به آن معادله می‌گویند. مثلاً $۳x + ۵$ یک عبارت جبری است، اما $۳x + ۵ = ۱۷$ یک معادله است. منظور از حل یک معادله یافتن مقداری عددی برای مجهول یا همان متغیر یا حرف انگلیسی است به طوری که به ازای آن عدد، دو طرف تساوی مقداری یکسان داشته باشند.

نکته ۱۴) جواب‌های معادله همان بعضی عددها هستند که تساوی عددی را برقرار می‌کنند.

روش کلی حل معادله

برای حل معادله لازم است تمام تک‌جمله‌ای‌های دارای متغیر را به یک طرف تساوی و عددهای بدون حروف را به طرف دیگر تساوی انتقال دهید. توجه داشته باشید که اگر یک جمله یا عدد از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی انتقال پیدا کند، باید علامت آن عوض شود.

سپس دو طرف تساوی را به کمک روش‌هایی که بلدید، تا حد امکان ساده کنید تا طرف اول تساوی که شامل متغیر است، تبدیل به یک‌جمله‌ای شود. در آخرین مرحله برای یافتن جواب نهایی، عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم کرده تا پاسخ معادله به دست آید.

مثال ۲۷) معادله $۵x + ۲ = ۱۲$ را حل کنید.

پاسخ:

- ابتدا نوشتن معادله $۵x + ۲ = ۱۲$
- مرحله انتقال جملات متشابه به دو طرف تساوی $۵x = ۱۲ - ۲$
- مرحله ساده کردن طرفین تساوی $۵x = ۱۰$
- مرحله تقسیم طرف معلوم بر ضریب مجهول $x = \frac{۱۰}{۵} = ۲$

مثال ۲۸) معادله $۴x - ۴ = ۲x + ۲$ را حل کنید.

$$۴x - ۴ = ۲x + ۲$$
$$۴x - ۲x = ۲ + ۴$$
$$۲x = ۶$$
$$x = \frac{۶}{۲} = ۳$$

نکته ۱۵) اگر حاصل‌ضرب دو یا چند پرانتز برابر با صفر باشد، حتماً حداقل مقدار یکی از پرانتزها صفر بوده است.

مثال ۲۹) اگر $(۲x - ۸)(۳x + ۶) = ۰$ باشد، مقدار x را محاسبه کنید.

$$(۲x - ۸)(۳x + ۶) = ۰ \rightarrow \begin{cases} ۲x - ۸ = ۰ \rightarrow ۲x = ۸ \rightarrow x = ۴ \\ \text{و یا} \\ ۳x + ۶ = ۰ \rightarrow ۳x = -۶ \rightarrow x = -۲ \end{cases}$$

معادلات کسری

برای حل معادلات کسری دو روش وجود دارد. روش اول همان روشی است که در حل معادلات غیرکسری بیان شد، یعنی معلوم‌ها را به یک طرف تساوی و مجهول‌ها را به طرف دیگر تساوی منتقل کرده و پس از ساده‌کردن دو طرف، مقدار معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم کنیم تا جواب معادله مشخص شود. برای حل یک معادله کسری به این روش لازم است تا جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد گویا (کسری) را به خوبی بلد باشید.

روش دیگر حل معادلات کسری، تبدیل آن‌ها به معادلات غیرکسری از طریق ضرب‌کردن تمام عبارت در مخرج مشترک کسرها می‌باشد. به این ترتیب که ابتدا مخرج مشترک (ک‌م‌م) تمام کسرهای موجود در عبارت را پیدا کرده و عبارت را در آن ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها از بین بروند. حالا معادله به شکل غیرکسری تبدیل شده است که روش حل آن را به خوبی بلد هستید.

نکته ۱۶) اگر عددی صحیح (غیر کسری) در یک معادله کسری وجود داشته باشد، باید برای آن عدد صحیح نیز مخرج ۱ در نظر گرفته و سپس برای آن هم مخرج مشترک گرفته شود.

مثال ۳۰) معادله داده شده را به دو روش حل کنید.

$$\frac{۲}{۳}x - \frac{۵}{۴} = \frac{-۹}{۶}$$

* **روش اول:** - جابجایی معلوم‌ها و مجهول‌ها:

$$\frac{۲}{۳}x = \frac{-۹}{۶} + \frac{۵}{۴}$$

- مخرج مشترک گیری:

$$\frac{۲}{۳}x = \frac{-۱۸}{۱۲} + \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{-۳}{۱۲}$$

- محاسبه مجهول:

$$x = \frac{\frac{-۳}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{-۳ \times ۳}{۱۲ \times ۲} = \frac{-۹}{۲۴} = \frac{-۳}{۸}$$

* **<u>روش دوم (روش حذف مخرج‌ها)</u>:** ابتدا مخرج مشترک کسرهای موجود یعنی ک‌م‌م اعداد ۳ و ۴ و ۶ را محاسبه می‌کنیم: $[۶،۴،۳] = ۱۲$

حالا دو طرف تساوی معادله (یعنی تک‌تکِ جملات جبری) را در عدد ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$۱۲ \times \left(\frac{۲}{۳}x - \frac{۵}{۴} \right) = ۱۲ \times \left(-\frac{۹}{۶}\right)$$

$$۱۲ \times \left(\frac{۲}{۳}x\right) - ۱۲ \times \left(\frac{۵}{۴}\right) = ۱۲ \times \left(-\frac{۹}{۶}\right)$$

$$۸x - ۱۵ = -۱۸$$

$$۸x = -۱۸ + ۱۵ = -۳ \rightarrow x = \frac{-۳}{۸}$$

نکته ۱۷) اگر در هر دو طرف تساوی یک معادله، فقط یک کسر وجود داشته باشد، می‌توان از طرفین وسطین نیز استفاده کرد. $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \times d = b \times c\right)$

مثال ۳۱) معادله داده شده را حل کنید. $\frac{۲x+۱}{۵} = \frac{x-۴}{۳}$

پاسخ: برای حل این معادله با روش طرفین وسطین، صورت کسر اول را در مخرج کسر دوم و هم‌چنین مخرج کسر اول را در صورت کسر دوم ضرب می‌کنیم:

$$۳ \times (۲x + ۱) = ۵ \times (x - ۴)$$

$$۶x + ۳ = ۵x - ۲۰$$

$$۶x - ۵x = -۲۰ - ۳$$

$$x = -۲۳$$

<u>نکته ۱۸</u>) اگر مقدار یک معادله کسری مانند $\frac{A}{B}$ برابر صفر باشد، به این معنی است که صورت آن صفر بوده است. $\frac{A}{B} = ۰ \rightarrow A = ۰$

مثال ۳۲) معادله داده شده را حل کنید. $\frac{۲x-۱}{۵x+۷}=۰$

پاسخ: $\frac{۲x-۱}{۵x+۷}=۰ \quad \rightarrow \quad ۲x-۱=۰ \quad \rightarrow \quad ۲x=۱ \quad \rightarrow \quad x=\frac{۱}{۲}$

حل مسئله به کمک معادله (یادآوری و تکمیل)

یکی از مهم‌ترین کاربردهای معادله، حل مسائل ریاضی است. برای حل مسئله به کمک معادله، ابتدا باید خواسته سئوال را مشخص کرده و حرفی انگیسی (متغیر) برای آن در نظر بگیرید (مرحله معرفی مجهول). سپس با خواندن مسئله و طبق معرفی انجام شده، معادله‌ای را برای مسئله بسازید و با روش‌هایی که قبلاً بیان شد، معادله را حل کنید. لازم به ذکر است گاهی اوقات معادله ساخته شده حالت کسری دارد که آن را با هر کدام از روش‌های بیان شده، می‌توانید حل کنید.

مثال ۳۳) اختلاف نصف عددی و ثلث همان عدد مساوی با ۵ می‌شود. آن عدد چند است؟

- مرحله اول: معرفی مجهول — x = آن عدد
- مرحله دوم: ساختن معادله — $\frac{۱}{۲}x-\frac{۱}{۳}x=۵$
- مرحله سوم: حل معادله به روش حذف مخرج‌ها (طرفین معادله ضرب‌در ۶)

$$۶\times\left(\frac{۱}{۲}x\right)-۶\times\left(\frac{۱}{۳}x\right)=۶\times۵$$

$$۳x - ۲x = ۳۰$$

$$x = ۳۰$$

نکته ۱۹) فاصله بین هر دو عدد زوج متوالی و هم‌چنین فاصله بین هر دو عدد فرد متوالی، همواره برابر ۲ واحد است.

مثال ۳۴) مجموع ۳ عدد فرد متوالی ۶۳- شده است. آن اعداد را به کمک معادله بیابید.

پاسخ: - مرحله معرفی مجهول: x = اولین عدد فرد مورد نظر

$x + ۲$ = دومین عدد فرد مورد نظر

$(x + ۲) + ۲ = x + ۴$ = سومین عدد فرد مورد نظر

- مرحله ساختن معادله: $x + x + ۲ + x + ۴ = -۶۳$

- حل معادله: $۳x = -۶۳ - ۲ - ۴ = -۶۹$

اولین عدد فرد خواسته شده $x = -۲۳$

دومین عدد فرد خواسته شده $x + ۲ = -۲۳ + ۲ = -۲۱$

سومین عدد فرد خواسته شده $x + ۴ = -۲۳ + ۴ = -۱۹$

چند نکته برای علاقه‌مندان

۱- اگر یک جمله جبری داخل پرانتز باشد و به توان برسد، هم ضریب عددی آن و هم تک‌تکِ حروف آن باید به توان برسند: $(۵\ a^{۲}\ b^{۳}\ c^{۴})^{۲} = ۲۵\ a^{۴}\ b^{۶}\ c^{۸}$

۲- اگر توان یک پرانتز زوج باشد، می‌توان عبارت داخل پرانتز را قرینه کرد. به عنوان مثال می‌توان گفت عبارت $(۲y - ۳x)^{۸}$ و $(۳x - ۲y)^{۸}$ قرینه یکدیگر هستند.

۳- اگر جمع چند پرانتز با توان‌های زوج برابر صفر باشد، مقدار هر کدام از آن پرانتزها برابر صفر بوده است. زیرا می‌دانید که اگر عدد یا عبارتی به توان زوج برسد، مقدار آن **نامنفی** خواهد شد و هنگامی‌که جمع چند پرانتز که هر کدام نامنفی باشند برابر صفر شود، می‌توان نتیجه گرفت مقدار هر کدام از پرانتزها برابر صفر بوده است.

۴- اگر حاصل یک عبارت توان‌دار برابر ۱ باشد، می‌توان نتیجه گرفت توان آن عبارت برابر صفر بوده است.

$$۵^{۴x+۲۰} = ۱ \implies ۴x + ۲۰ = ۰$$

۵- اگر مقدار دو عدد اول توان‌دار با یکدیگر برابر باشد، نتیجه می‌گیریم که توان هر کدام از آن اعداد اول برابر با صفر بوده است.

$$۲^{۳x+۱} = ۵^{۲y-۶} \implies \begin{cases} ۳x + ۱ = ۰ \\ \text{و} \\ ۲y - ۶ = ۰ \end{cases}$$

۶- در یک عبارت جبری گاهی می‌توان از یک پرانتز مشترک بین آن‌ها فاکتور گرفت. به این مثال دقت کنید:

$$۵a\,(۲b + c) - ۴d\,(۲b + c) = (۲b + c)\,(۵a - ۴d)$$

۷- اگر دو عبارت جبری به‌گونه‌ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان، حاصل یکسانی داشته باشند، تساوی جبری آن دو عبارت جبری را اتحاد جبری می‌نامیم. **تفاوت معادله و اتحاد** در این است که معادله، فقط به ازای یک مقدار مشخص برای متغیر درست می‌باشد، یعنی فقط یک عدد می‌تواند به جای متغیر قرار گیرد تا یک تساوی درست حاصل شود، اما اتحادهای جبری، به ازای تمامی مقادیر برای متغیرشان صحیح می‌باشند، یعنی اگر هر عددی به جای متغیر آن‌ها قرار گیرد، تساوی درست خواهد بود. برخی اتحادهای جبری که کاربرد بیش‌تری داشته و به کمک آن‌ها می‌توانید ضرب عبارات جبری را ساده‌تر انجام دهید عبارتند از:

الف) اتحاد مربع مجموع دو جمله: $(a + b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲$

ب) اتحاد مربع تفاضل دو جمله: $(a - b)^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲$

ج) اتحاد مربع سه‌جمله‌ای: $(a + b + c)^۲ = a^۲ + b^۲ + c^۲ + ۲ab + ۲ac + ۲bc$

د) اتحاد مزدوج: $(a + b)(a - b) = a^۲ - b^۲$

ه) اتحاد جمله مشترک: $(a + b)(a + c) = a^۲ + (b + c)a + bc$

.*.*.*.*.　خودارزیابی　.*.*.*.*.

۱- عبارت‌های جبری داده شده را ساده کنید.

$-۲\,(۳a + ۴b - ۵) - (۲a + b - ۲) =$

$۵x - ۲(x + ۳y) - ۴y + ۱ =$

۲- حاصل عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$(۵x - ۲y)(۳x - ۱) =$

$(m + ۳)(m - ۱) =$

$(۳n - ۵p)^{۲} =$

$۲x\,(۳y - ۴x + ۲) =$

۳- جمله n ام الگوهای عددی داده شده را به صورت جبری بنویسید.

۱ ، ۴ ، ۹ ، ۱۶ ، ...

۳ ، ۱۰ ، ۱۷ ، ۲۴ ، ...

۴- حاصل جمع و تفریق عدد سه رقمی $\overline{abc}$ و مقلوب آن را جداگانه محاسبه کرده و بگویید هرکدام مضرب چه عددی هستند؟

۵- مقدار عددی عبارت $\frac{۴x^{۲}-۵xy}{x-y}$ را به ازای x=۱ و y=۲ به‌دست آورید.

۶- مقدار عددی عبارت $x^{۳} - x^{۲} + xa$ را به ازای x = -۱ و a = ۵ محاسبه کنید.

۷- عبارات داده شده را تجزیه کرده و در صورت امکان، ساده کنید.

$۶ab^{۲} - ۸a^{۲}bc =$

$۷xyz - ۶xz =$

$\frac{t^{۲}m-tm^{۲}}{m^{۳}t+tm^{۳}} =$

۸- معادلات داده شده را حل کنید.

$\frac{x+۲}{۳} = \frac{x-۴}{۵}$

$\frac{۴}{۵} - \frac{۳x}{۴} = x$

۹- پنج برابر عددی منهای ۳ برابر با ۱۸- شده است. آن عدد چند است؟

۱۰-اگر به ۳ برابر عددی نصف همان عدد را اضافه‌کنیم، حاصل ۲۱ می‌شود. آن عدد چند است؟

۱۱- محیط و مساحت مستطیلی به طول $۲x + ۴$ و عرض $x - y$ را به صورت جبری محاسبه کرده و سپس مقدار عددی هر کدام را به ازای $x = ۴$ و $y = -۲$ به دست آورید.

۱۲- مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی ۱۲۶ شده است. مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد را بیابید. (نوشتن راه حل کامل، الزامی است.)

۱۳- در متوازی‌الاضلاع مقابل، مقدار مجهول‌ها و اندازه هر ضلع و هر زاویه را محاسبه کنید.