

مرجع تخصصی ریاضیات متوسطه اول (هفتم هشتم نهم)

گام به گام نهم

گام به گام هشتم

گام به گام هفتم

کلیپ های آموزشی نهم

کلیپ های آموزشی هشتم

کلیپ های آموزشی هفتم

نمونه سوالات نهم

نمونه سوالات هشتم

نمونه سوالات هفتم

جزوه و درسامه نهم

جزوه و درسامه هشتم

جزوه و درسامه هفتم

آزمون های آنلاین نهم

آزمون های آنلاین هشتم

آزمون های آنلاین هفتم

بسم الله الرحمن الرحيم

جزوه ریاضی هشتم

ویرایش: جواد برومند

javadbroomand@gmail.com 

dr__javadjack 

۰۹۹۱۵۰۲۶۶۸۲ 

درسنامه

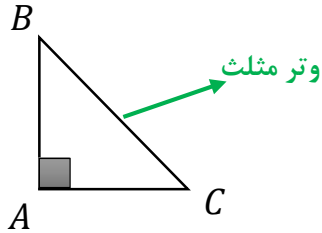
تمرین

تست

(فصل ششم)

مثلث

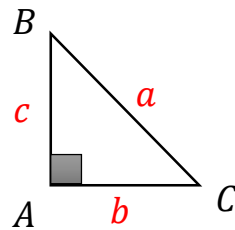
مثلث قائم الزاویه: مثلثی است که دو ضلع آن بر هم عمود باشند. ضلع روبه رو به زاویه ۹۰ درجه وتر نام دارد.



نکته: وتر مثلث قائم الزاویه بزرگترین ضلع مثلث است.

نکته: AC و AB اضلاع قائم مثلث و BC وتر آن است.

رابطه فیثاغورس: این رابطه فقط در مثلث قائم الزاویه نوشته می شود:



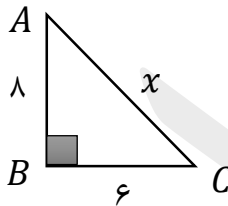
کلامی: $(\text{ضلع دیگر})^2 = (\text{یک ضلع})^2 + (\text{وتر})^2$

جبری: $a^2 = b^2 + c^2$

نکته: اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذوره‌های دو ضلع دیگر برابر باشد. آن مثلث قائم الزاویه

است. (عکس رابطه فیثاغورس)

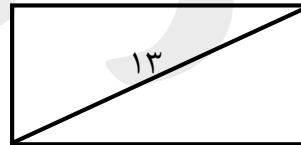
مثال: در هر شکل مقدار x را به دست آورید.



$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64 = 100$$

$$x = \sqrt{100} = 10$$



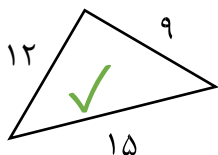
$$13^2 = x^2 + 5^2$$

$$169 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12$$

مثال: کدام یک از مثلث های زیر قائم الزاویه است؟ چرا؟



$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

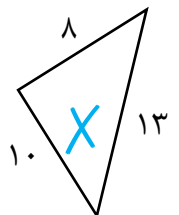
$$225 = 144 + 81$$

$$225 = 225$$

$$13^2 = 10^2 + 8^2$$

$$169 = 100 + 64$$

$$169 \neq 164$$



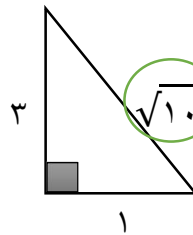
نکته: بعضی از اعداد فیثاغورسی پر کاربرد عبارتند از:

$$(3, 4, 5), (6, 8, 10), (5, 12, 13), (9, 12, 15), (15, 20, 25)$$

رسم پاره خط به طول \sqrt{a} : ابتدا دو عدد مشخص کرده که مجموع مربعات آن دو عدد زیر رادیکال شود. سپس مثلث قائم الزاویه با این اضلاع رسم کرده وتر مثلث به اندازه ی همان عدد خواسته شده است.

مثال: پاره خطی به طول $\sqrt{10}$ رسم کنید. ابتدا دو عدد پیدا کرده که مجموع مربعات آن دو عدد ۱۰ شود:

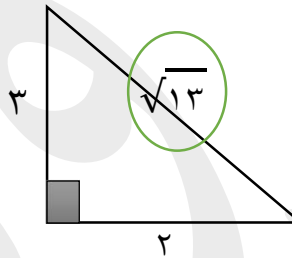
$$3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$



وتر مثلث جواب مساله است

مثال: پاره خطی به طول $\sqrt{13}$ رسم کنید.

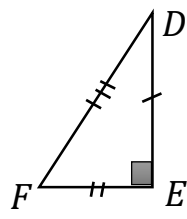
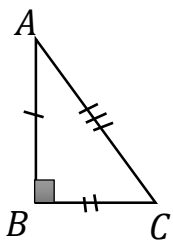
$$3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$



تمرین: پاره خطی به طول $\sqrt{17}$ رسم کنید.

شکل های همنهشت: اگر دو شکل را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن و دوران) بر یکدیگر منطبق کنیم. به طوری که کاملاً یکدیگر بیوشانند آن دو شکل همنهشت هستند.

نکته: در دو شکل همنهشت اجزای متناظر دو مثلث (ضلع ها و زاویه ها) برابرند.

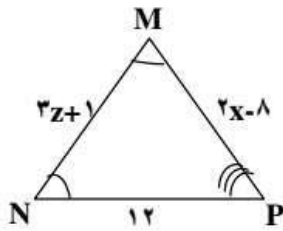
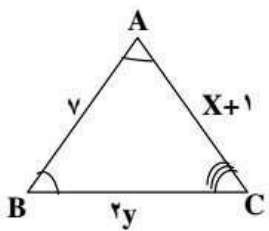


$$AB = DE \dots \quad \hat{A} = \hat{D}$$

$$AC \dots = DF \quad \hat{C} = \hat{F}$$

$$BC = EF \dots \quad \hat{B} = \hat{E}$$

مثال: دو مثلث زیر همنهشت هستند. نوع تبدیل و مقدار x و y و z را به دست آورید نوع تبدیل: انتقال



$$y = z + 1$$

$$x + 1 = y - 8$$

$$2y = 12$$

$$y - 1 = z$$

$$1 + 8 = 2x - x$$

$$y = \frac{12}{2}$$

$$6 = z$$

$$9 = x$$

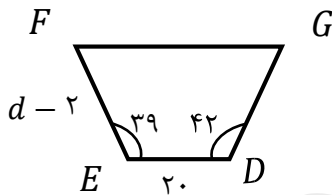
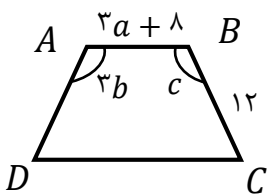
$$y = 6$$

$$z = 6$$

مثال: دو شکل زیر همنهشت هستند.

الف) نوع تبدیل را بنویسید. (دوران)

ب) مقادیر مجهول را به دست آورید.



$$AB = ED$$

$$a + 8 = 2$$

$$a = 4$$

$$BC = EF$$

$$d - 2 = 12$$

$$d = 14$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$3b = 42$$

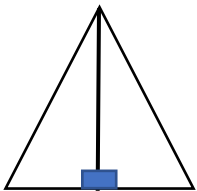
$$b = 14$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$c = 39$$

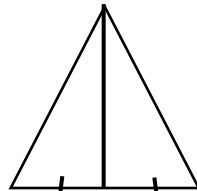
ارتفاع

ارتفاع: خطی که از یک راس مثلث رسم می شود و بر ضلع روبرو عمود است.



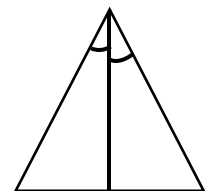
میانه

میانه: خطی که از یک راس مثلث رسم می شود و ضلع روبرو را به دو قسمت مساوی تقسیم میکند.



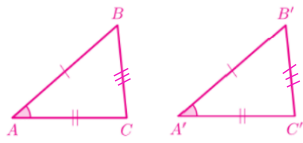
نیمساز

نیمساز: خطی که از یک راس مثلث رسم می شود و آن زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم میکند.

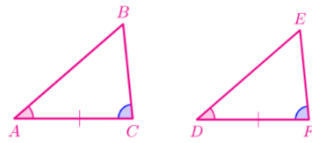


حالت های همنهشتی دو مثلث : دو مثلث دلخواه در سه حالت با یکدیگر همنهشت هستند:

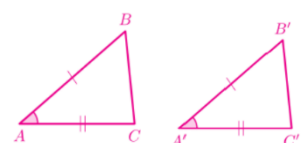
(۳) سه ضلع برابر (ض ض ض)



(۲) دو زاویه و ضلع بین برابر (ز ض ز)

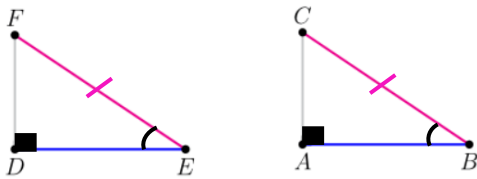


(۱) دو ضلع و زاویه بین برابر (ض ض ض)

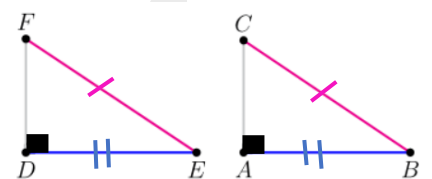


حالت های همنهشتی دو مثلث قائم الزاویه: دو مثلث قائم الزاویه در دو حالت با یکدیگر همنهشت هستند:

(۲) وتر و یک زاویه تند (وز)

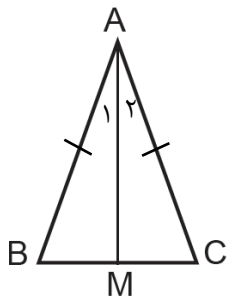


(۱) وتر و یک ضلع (وض)



نکته: دو مثلث با سه زاویه برابر (ززز) همنهشت نیستند.

مثال: در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین است و پاره خط AM نیمساز میباشد. نشان دهید دو مثلث ایجاد شده همنهشت هستند:



$AB = AC$ (متساوی الساقین بودن)

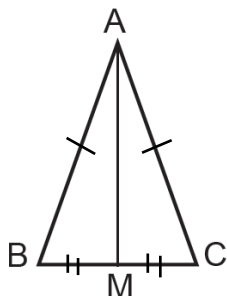
$\angle A_1 = \angle A_2$ (AM نیمساز)

AM ضلع مشترک

(ض ض ض)

$\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$

مثال: در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین است و پاره خط AM میانه میباشد. نشان دهید دو مثلث ایجاد شده همنهشت هستند:



$AB = AC$ (متساوی الساقین بودن)

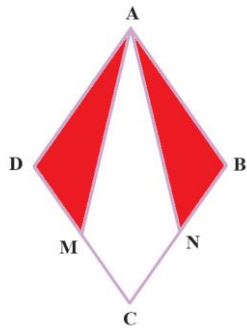
$MB = MC$ (AM میانه)

AM ضلع مشترک

(ض ض ض)

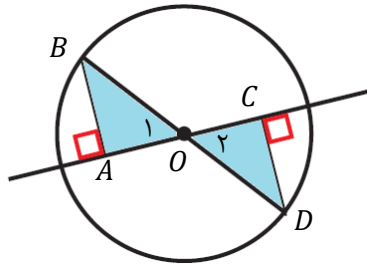
$\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$

مثال: شکل مقابل یک لوزی است و نقاط M و N وسط اضلاع DC و BC است. نشان دهید دو مثلث ADM و ABN هم نهشت هستند:



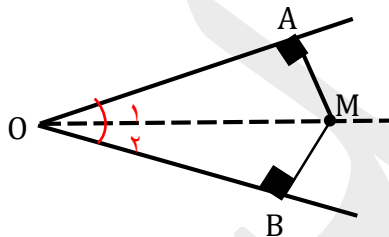
$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \text{ (اضلاع لوزی مساوی)} \\ \widehat{D} = \widehat{B} \text{ (زاویه روبرو مساوی)} \\ DM = BN \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(ض ز ض)} \\ \Rightarrow ADM \cong ABN \end{array}$$

مثال: ثابت کنید دو مثلث OAB و OCD هم نهشت هستند:



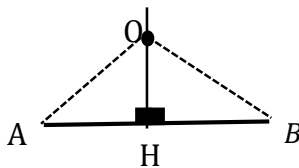
$$\left. \begin{array}{l} OB = OD \text{ (شعاع دایره)} \\ O_1 = O_2 \text{ (متقابل به راس)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(وز)} \\ \Rightarrow OAB \cong OCD \end{array}$$

نکته: هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



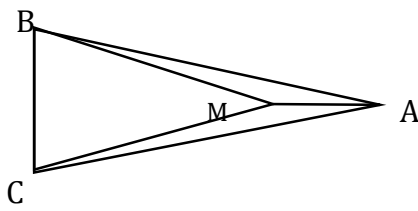
$$\left. \begin{array}{l} OM \text{ نیمساز } O_1 = O_2 \\ A = B = 90^\circ \text{ درجه} \\ OM = OM = \text{مشترک ضلع} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow OAM \cong OBM \Rightarrow MA = MB \\ \text{(وز)} \quad \text{(اجزای متناظر)} \end{array}$$

نکته: هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.



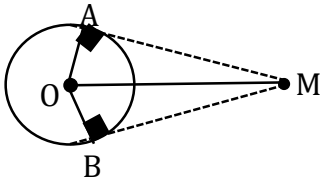
$$\left. \begin{array}{l} OH \text{ عمود منصف } AH = HB \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \text{ درجه} \\ OH = OH = \text{مشترک ضلع} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow AHO \cong BHO \Rightarrow OA = OB \\ \text{(ض ز ض)} \quad \text{(اجزای متناظر)} \end{array}$$

مثال: در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید.



$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ MB = MC \\ AM = AM \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC \text{ (ض ض ض)}$$

مثال: نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \text{ شعاع دایره} \\ \angle A = \angle B = 90^\circ \text{ درجه} \\ OM = OM \text{ مشترک ضلع} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAO \cong \triangle MBO \Rightarrow MA = MB \text{ (اجزای متناظر) (و ض)}$$

تمرین ۱: اگر شکلی را دوران دهیم اندازه شکل حاصل چند برابر شکل اول خواهد بود؟

الف) دو برابر ب) نصف ج) یه برابر د) سه برابر

تمرین ۲: محیط شکل مقابل چند می شود؟

الف) ۴ ب) ۸

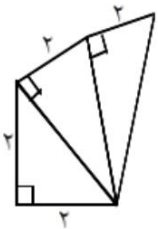
ج) ۱۲ د) ۱۶

تمرین ۳: اندازه ارتفاع دوزنقه متساوی الساقین با ساق های ۴ و قاعده های ۷ و ۹ واحد را بیابید.

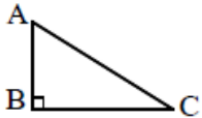
الف) $\sqrt{15}$ ب) $\sqrt{16}$ ج) $\sqrt{17}$ د) $\sqrt{18}$

تمرین ۴: کدام یک از حالت های زیر از حالت های همنهشتی مثلث نیست؟

الف) و-ز ب) و-ض ج) ز-ز-ز د) ض-ض-ض



تمرین ۵: در مثلث قائم الزاویه $AC = ۵$ و $AB = \frac{AC+1}{۲}$ است. اندازه BC برابر است با:



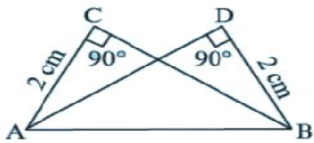
(د) ۴

(ج) ۵/۹

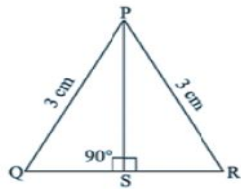
(ب) ۵/۲

(الف) ۵

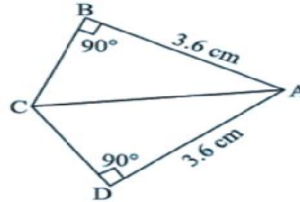
تمرین ۶: در چند شکل از اشکال زیر دو مثلث به حالت (و-ض) همنهشت هستند.



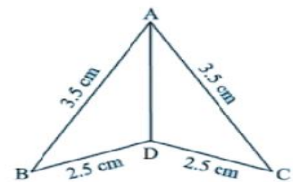
(د) ۴



(ج) ۳



(ب) ۲



(الف) ۱

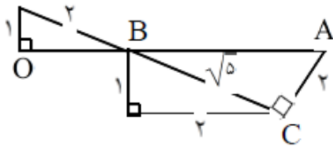
تمرین ۷: اندازه ارتفاع مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۵ سانتیمتر چقدر است؟

(د) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۲}$

(ج) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

(ب) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

(الف) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$



تمرین ۸: در شکل مقابل پاره خط OA کدام است؟

(د) $۳ + \sqrt{۳}$

(ج) $\sqrt{۳}$

(ب) $۶\sqrt{۳}$

(الف) $۳\sqrt{۳}$

تمرین ۹: اگر یکی از زاویه های خارجی یک مثلث متساوی الاضلاعین ۱۶۰ درجه باشد. کدام سه عدد میتواند زاویه های این مثلث باشد:

(د) ۷۰ و ۲۰ و ۹۰

(ج) ۱۵۰ و ۳۰ و ۳۰

(ب) ۷۰ و ۷۰ و ۴۰

(الف) ۲۰ و ۸۰ و ۸۰

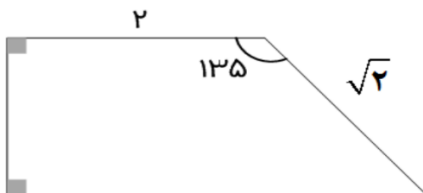
تمرین ۱۰: در شکل زیر اندازه محیط چقدر است؟

(د) $۶ + \sqrt{۲}$

(ج) $۳ + ۴\sqrt{۲}$

(ب) $۴ + ۳\sqrt{۲}$

(الف) $۵ + ۲\sqrt{۲}$



یادداشت و انجام محاسبات

بزرگوار