



## فصل ۵

شمارنده‌ها و اعداد اول



- دسته‌بندی کردن، به‌ویژه ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم
- با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سریازها در دسته‌های منظم شده رزه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک

# مرجع تخصصی ریاضیات متوسطه اول (هفتم هشتم نهم)

گام به گام نهم

گام به گام هشتم

گام به گام هفتم

کلیپ های آموزشی نهم

کلیپ های آموزشی هشتم

کلیپ های آموزشی هفتم

نمونه سوالات نهم

نمونه سوالات هشتم

نمونه سوالات هفتم

جزوه و درسامه نهم

جزوه و درسامه هشتم

جزوه و درسامه هفتم

**درسنامه فصل پنجم (شمارنده ها و اعداد اول)**

**ریاضی هفتم**

**گردآورنده: نسرين خواجه**

**شهر تهران**

**منطقه ده**

**مدرسه هيات امنای شهيد حمزه ربیعی**

**سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹**

## شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد:

اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد.

**نکته:** اولین شمارنده ی هر عدد یک و آخرین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

**مثال:** شمارنده های اعداد ۸ و ۳۶ و ۴۲ را بنویسید.

$$۸ = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۸ \text{ شمارنده}$$

$$۴۲ = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۶ \text{ و } ۷ \text{ و } ۱۴ \text{ و } ۲۱ \text{ و } ۴۲ \text{ شمارنده}$$

$$۳۶ = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و } ۹ \text{ و } ۱۲ \text{ و } ۱۸ \text{ و } ۳۶ \text{ شمارنده}$$

**نکته:** اگر  $a$  شمارنده ی  $b$  و  $b$  شمارنده ی  $c$  باشد، می توان نتیجه گرفت که  $a$  شمارنده ی  $c$  است.

**مانند:** عدد ۲ شمارنده ی عدد ۴ است و عدد ۴ شمارنده ی عدد ۸ است، پس عدد ۲ شمارنده ی عدد ۸ است.

## عدد اول:

هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است.

یا هر عدد طبیعی که نتوان آن را به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت، عدد اول می باشد.

**نکته:** عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

**نکته:** تنها عدد زوج که اول باشد عدد ۲ است.

**نکته:** تمام عددها یک از یک شمارنده ی اول دارند.

**نکته:** بزرگترین شمارنده یک عدد را مقسوم علیه آن عدد نیز می گویند.

اعداد اول یک رقمی

$$\dots \text{ و } ۱۹ \text{ و } ۱۷ \text{ و } ۱۳ \text{ و } ۱۱ \text{ و } ۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ = \text{اعداد اول}$$

**نکته:** ترتیب اعداد اول به صورت مقابل است:

## شمارنده های اول یک عدد:

تمام اعداد اولی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد، شمارنده های اول آن عدد نام دارد.

**مثال:** شمارنده های عدد ۲۴ را بنویسید و شمارنده های اول آن را مشخص کنید.

$$۲۴ = ۱ \text{ و } \underline{۲} \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و } ۱۲ \text{ و } ۲۴$$

**شمارنده عدد مرکب:** هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

**نکته:** هر عددی طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت آن عدد مرکب است.

**نکته:** تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

**نکته:** عدد یک نه اول است و نه مرکب. (چون عدد یک فقط یک شمارنده دارد)

**نکته:** تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

### تجزیه اعداد:

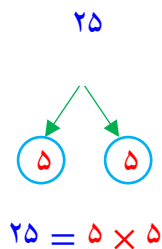
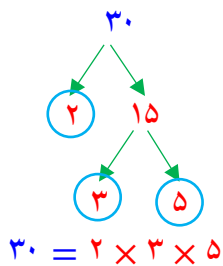
برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

**نکته:** یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر

نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

**نکته:** اعدادی که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

**مثال:** شمارنده های اول اعداد ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



## بزرگ ترین شمارنده ی مشترک:

بزرگ ترین شمارنده ی مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  یعنی بزرگ ترین عددی که هم  $a$  و هم  $b$  بر آن بخش پذیر باشند.

**نکته:** بزرگترین شمارنده ی یک عدد را مقسوم علیه آن عدد می گویند.

**نکته:** بزرگ ترین شمارنده ی مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  را به صورت  $(a$  و  $b)$  نشان می دهند.

**نکته:** به اختصار بزرگترین شمارنده عدد را با  $m$  نشان میدهند.

**مثال:** بزرگترین شمارنده مشترک (ب. م. م) دو عدد ۲۴ و ۳۰ را از روش نوشتن شمارنده ها به دست آورید.

$$۳۰ \text{ و } ۱۵ \text{ و } ۱۰ \text{ و } ۶ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ = ۳۰ \text{ شمارنده}$$

$$۲۴ \text{ و } ۱۲ \text{ و } ۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ = ۲۴ \text{ شمارنده}$$

$$۳۰ \text{ و } ۲۴ \text{ مشترک} = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۶$$

$$(۳۰ \text{ و } ۲۴) = ۶$$

روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد

**(از روش تجزیه):** مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

(۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

**مثال:** بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۰ و ۱۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$۴۸ = \underline{۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲} \times ۳ \quad ۲۰ = \underline{۲ \times ۲} \times ۵ \quad (۴۸ \text{ و } ۲۰) = ۲ \times ۲ = ۴$$

شمارنده مشترک دو عدد، عدد ۲ می باشد و کمترین تکرار هم دو بار می باشد.

**نکته:** برای ساده کردن کسرهای می توان صورت و مخرج را بر (ب.م.م) اعداد تقسیم کرد.

**مثال:** کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3} \quad (12 \text{ و } 18) = 6$$

**نکاتی درباره ب.م.م اعداد:**

1) از ب.م.م اعداد برای ساده کردن کسرها استفاده می شود.

2) ب.م.م هر عدد با یک برابر با یک است:  $(9, 9) = 1$

3) ب.م.م هر عدد با خودش همان عدد می شود:  $(10, 10) = 10$

4) ب.م.م دو عدد اول مختلف یک می شود:  $(3, 7) = 1$

5) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند ب.م.م آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود:  $(6, 12) = 6$

6) ب.م.م دو عدد متوالی پشت سر هم همواره یک است:  $(9, 10) = 1$

**مضرب های طبیعی یک عدد:**

اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید.

**مثال:** مضارب طبیعی عدد 3 را بنویسید.

$$3 \times 1 = 3 \quad 3 \times 2 = 6 \quad 3 \times 3 = 9 \quad 3 \times 4 = 12 \quad \dots$$

**نکته:** اولین مضرب طبیعی هر عدد خود عدد و آخرین مضرب آن مشخص نیست.

**مثال:** الف) پنجمین مضرب عدد 7 چند است؟  $5 \times 7 = 35$

ب) آیا 145 مضرب عدد 3 است؟ چرا؟ خیر. چون اگر 145 را بر 3 تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم صفر نمی شود.

ج) سه مضرب مشترک ۳ و ۴ را بنویسید؟ ۴۸ و ۳۶ و ۱۲

### کوچک ترین شمارنده ی مشترک:

کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  یعنی کوچک ترین عددی مانند  $c$  که هم بر  $a$  و هم بر  $b$  بر آن بخش پذیر باشند.

**نکته:** کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  را به صورت  $[a \text{ و } b]$  نشان می دهند.

**نکته:** به اختصار کوچک ترین شمارنده مشترک را با  $m$  نشان میدهند.

**مثال:** کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۴ را از روش نوشتن مضرب های دو عدد به دست آورید.

۶۰ و ۵۴ و ۴۸ و ۴۲ و ۳۶ و ۳۰ و ۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۶ = مضارب

۴۰ و ۳۶ و ۳۲ و ۲۸ و ۲۴ و ۲۰ و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴ = مضارب

۱۲ = [۴ و ۶] ... و ۳۶ و ۲۴ و ۱۲ = ۴ و ۶ مشترک

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد:

**(از روش تجزیه):** مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

**مثال:** کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ و ۱۸ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$۱۸ = \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \quad ۶۰ = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۵} \quad (۱۸ \text{ و } ۶۰) = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۳} \times \underline{۵} = ۱۸۰$$

شمارنده ی غیر مشترک عدد ۵ است و شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است.

### نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد:

۱) از ک.م.م اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

۲) ک.م.م هر عدد با یک برابر با خود عدد است:  $[۲۸ \text{ و } ۲۸] = ۲۸$



۳) ک.م.م هر عدد با خودش همان عدد می شود:  $[۱۰ و ۱۰] = ۱۰$

۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود :  $[۳ و ۵] = ۱۵$

۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند ک.م.م آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود:  $[۲۰ و ۴] = ۲۰$

۶) ک.م.م دو عدد متوالی ( پشت سرهم) با حاصل ضرب دو عدد برابر است :  $[۷ و ۸] = ۵۶$