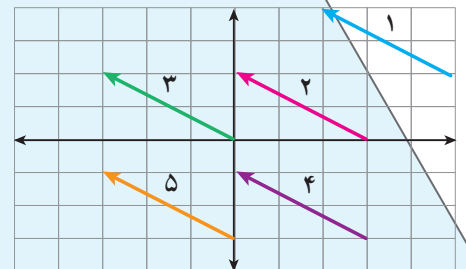
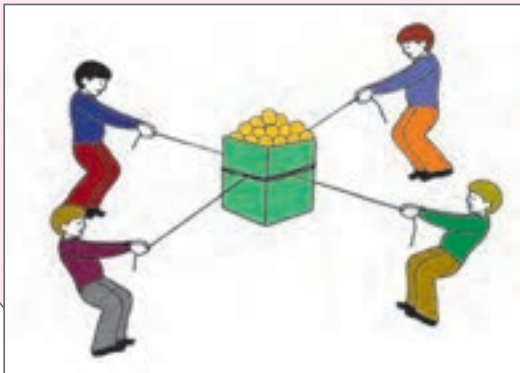
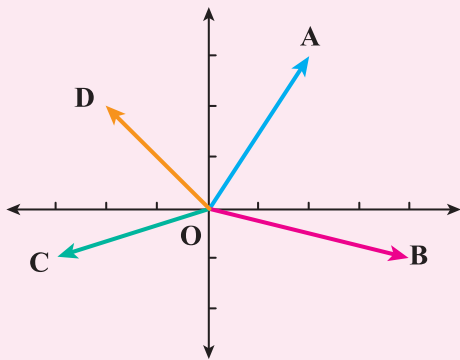
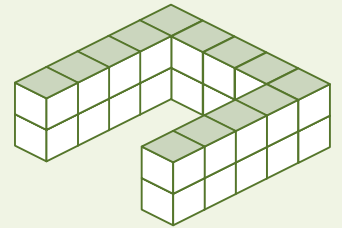
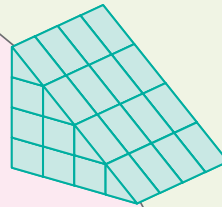
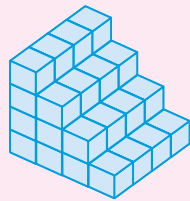


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# ریاضی

پایه هفتم

دوره اول متوسطه



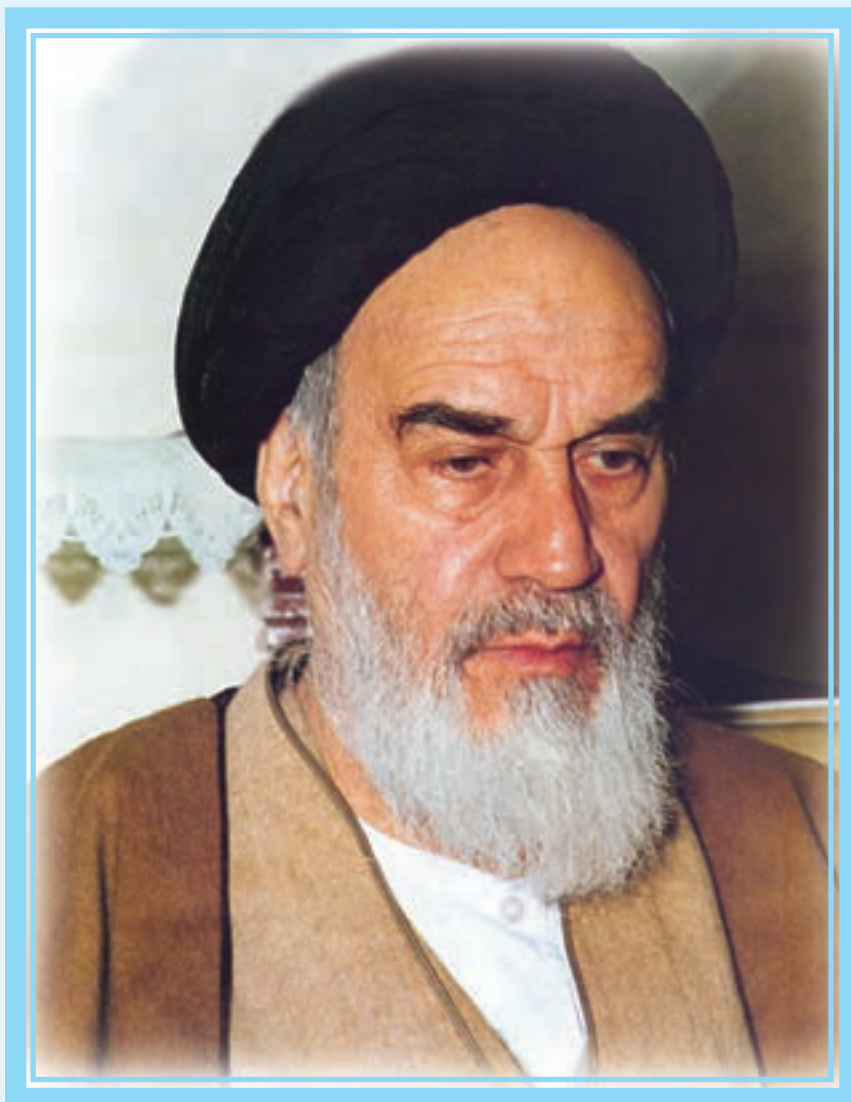
این کتاب در سال تحصیلی ۹۳-۹۲ توسط اعضای کمیته متوسطه ۱ گروه ریاضی دفتر تألیف مورد تصحیح و بازنگری کلی قرار گرفت.

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



نام کتاب:	ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه - ۷۰۵
پدیدآورنده:	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:	بهمن اصلاح‌پذیر، علی ایرانمنش، محمد حسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، آرش رستگار، ابراهیم ریحانی، احمد شاهورانی، وحید عالمیان و سید محمدکاظم نائینی (اعضای گروه تألیف) - حمیدرضا امیری، زهره پندی، خسرو داودی، ابراهیم ریحانی، محمد رضا سیدصالحی و میرشهرام صدر (اعضای کمیته متوسطه ۱) - سید اکبر میرجعفری (ویراستار)
مدیریت آماده‌سازی هنری:	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی:	احمد رضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) - محمد عباسی، حمید ثابت کلاچی (نگارنگارگر [طراح گرافیک])، طراح جلد، صفحه‌آرا) - یاسمن ثروتیان (تصویرگر) - فاطمه رئیس‌یان فیروزآباد، مریم دهقان‌زاده (رسام) - زهرا ایمانی نصر، فاطمه باقری مهر، رعنا فرج‌زاده درونی، حسین چراغی، سبیده ملک‌ایزدی و راحله زادفتح‌اله (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان:	تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۹۲۶۶-۸۸۳، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۳۵۹ وبگاه: <a href="http://www.chap.sch.ir">www.chap.sch.ir</a> و <a href="http://www.irtextbook.ir">www.irtextbook.ir</a>
ناشر:	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش) تلفن: ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹
چاپخانه:	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»
سال انتشار و نوبت چاپ:	چاپ هفتم ۱۳۹۸

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



امام به بحث و مذاکره درباره مسائل علمی، به ویژه در مجلس درس علاقه فراوان داشتند. اگر بر جلسه درس سکوت حکمفرما می شد، می فرمودند :  
«مجلس درس است، نه مجلس روضه. سخن بگویید و اعتراض کنید.»

سخنی با دانش آموز

۱

فصل ۱- راهبردهای حل مسئله

۱۳

فصل ۲- عددهای صحیح

۱۴

معرفی عددهای علامت‌دار

۱۷

جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

۲۰

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۲۳

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۲۶

مرور فصل ۲

۲۷

فصل ۳- جبر و معادله

۲۸

الگوهای عددی

۳۱

عبارت‌های جبری

۳۴

مقدار عددی یک عبارت جبری

۳۷

معادله

۴۰

مرور فصل ۳

۴۱

فصل ۴- هندسه و استدلال

۴۲

روابط بین پاره‌خط‌ها

۴۵

روابط بین زاویه‌ها

۴۸

تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

۵۱

شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)

۵۴

مرور فصل ۴

۵۵

فصل ۵- شمارنده‌ها و اعداد اول

۵۶

عدد اول

۵۹

شمارنده‌ی اول

۶۲

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک

۶۵

کوچک‌ترین مضرب مشترک

۶۸

مرور فصل ۵

۶۹

### فصل ۶- سطح و حجم

۷۰

حجم‌های هندسی

۷۳

محاسبه حجم‌های منشوری

۷۶

مساحت جانبی و کل

۷۹

حجم و سطح

۸۲

مرور فصل ۶

۸۳

### فصل ۷- توان و جذر

۸۴

تعریف توان

۸۷

محاسبه عبارت توان‌دار

۹۰

ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

۹۳

جذر و ریشه

۹۶

مرور فصل ۷

۹۷

### فصل ۸- بردار و مختصات

۹۸

پاره خط جهت‌دار

۱۰۱

بردارهای مساوی و قرینه

۱۰۴

مختصات

۱۰۷

بردار انتقال

۱۱۰

مرور فصل ۸

۱۱۱

### فصل ۹- آمار و احتمال

۱۱۲

جمع آوری و نمایش داده‌ها

۱۱۵

نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

۱۱۸

احتمال یا اندازه‌گیری شانس

۱۲۱

احتمال و تجربه

۱۲۴

مرور فصل ۹



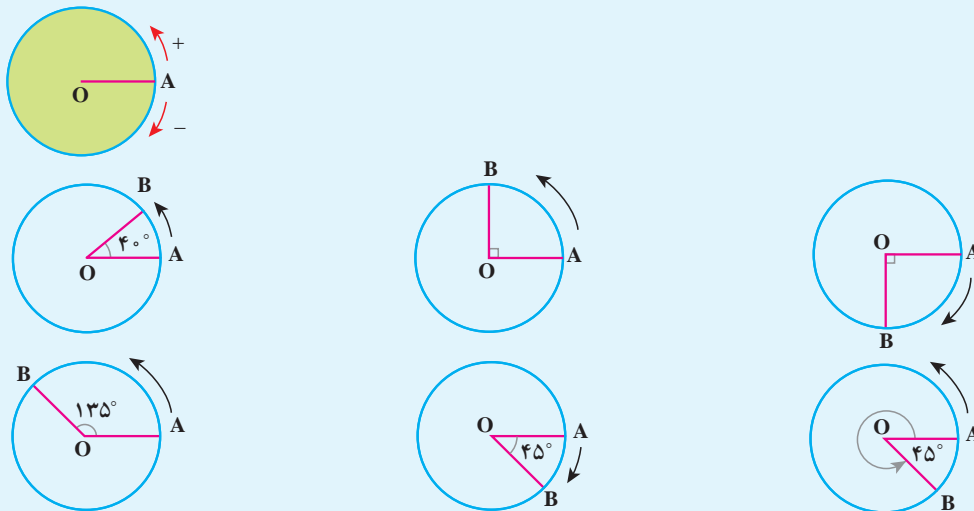
### چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟

در دوره ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید. در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می کنید و آن را به کار می برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید؛ اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی، خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت های کتاب درسی به شما کمک می کنند تا در جریان کلاس سهمین باشید. متن فعالیت ها را با دقت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم ترین قسمت فعالیت ها، بخش نتیجه گیری است. آن قسمت ها را به صورت کامل بنویسید.

نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت AOB زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی A روی محیط حرکت می کند تا برای مثال به نقطه B برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.

فعالیت



کار در کلاس‌ها هم به شما کمک می‌کند تا آموخته‌های خود را به کار برید و هم این فرصت را به معلم می‌دهد تا فرایند آموزش را کامل کند و به سؤال‌های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش‌آمده را رفع کند.

کار در کلاس

تساوی‌ها را کامل کنید.

$+15=15$

$+20=$

$-(+10)=$

$-(-4)=$

$-(-(+7))=$

$-(-10)=$

$+(-7)=-7$

$+(-4)=$

در پایان، تمرین‌ها را در منزل به‌طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معناست که شما این قسمت را فرا گرفته‌اید. اگر نتوانستید به سؤالی جواب دهید، مهم‌ترین کار شما جست‌وجوی راه حل از دوستان، هم‌کلاسی‌ها یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید.

تمرین

عددها را با هم مقایسه کنید.

$-4 \text{ } \bullet \text{ } -8$

$-27 \text{ } \bullet \text{ } 1$

$0 \text{ } \bullet \text{ } -14$

$-100 \text{ } \bullet \text{ } -1$

$+7 \text{ } \bullet \text{ } 7$

$+(-8) \text{ } \bullet \text{ } -(+8)$

برای انجام کارهای بالا، شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می‌تواند فعالیت‌ها را به نتیجه برساند.



### چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل کردن هر مسئله، ۴ مرحله دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله فکر خود را سازمان‌دهی کنید.

**مرحله اول؛ فهمیدن مسئله :** برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند شما را در درک بهتر مسئله کمک کند :

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.



**مرحله دوم: انتخاب راهبرد مناسب:** در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می‌کند تا آنها را مرور و پیدا کنید که کدام یک برای حل مسئله، ممکن است، مفید باشد.

● رسم شکل	● حدس و آزمایش
● الگوسازی	● زیر مسئله
● حذف حالت‌های نامطلوب	● حل مسئله ساده‌تر
● الگویابی	● روش‌های نمادین

**مرحله سوم: حل کردن مسئله:** با راهبردی که انتخاب کردید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید. شاید نکته‌ای در مسئله وجود دارد که شما هنوز به آن توجه نکرده‌اید.

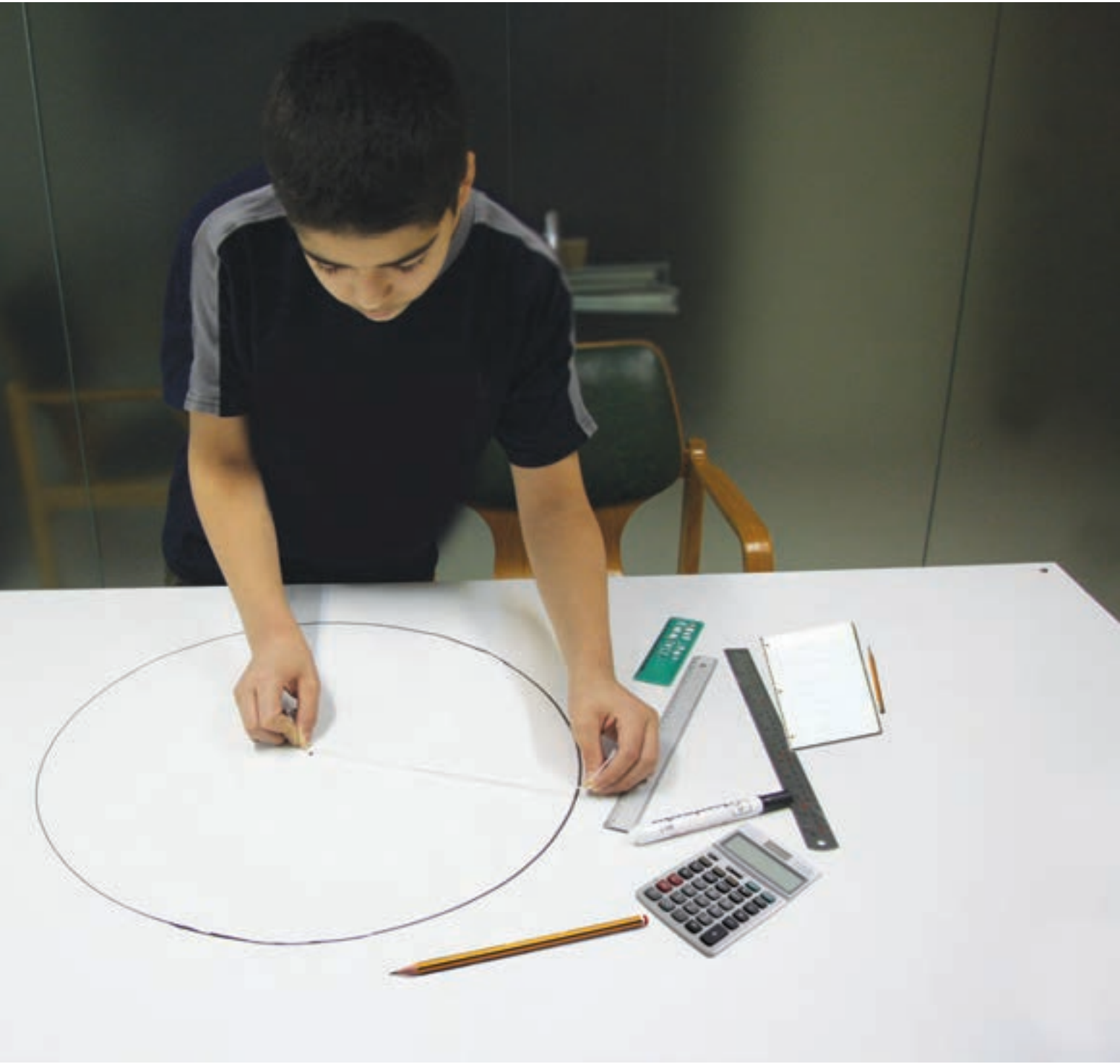
**مرحله چهارم: بازگشت به عقب:** حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.



- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

# فصل ۱

## راهبردهای حل مسئله



راهِبرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

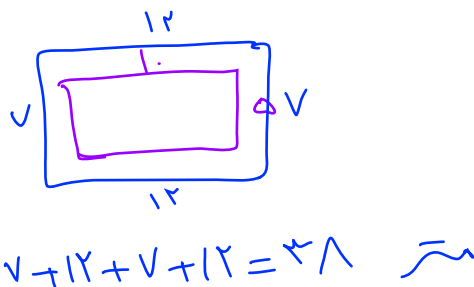
۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه دورتا دور آن را

نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

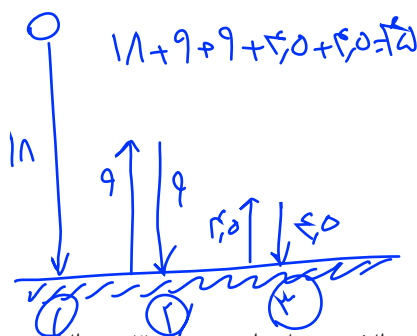
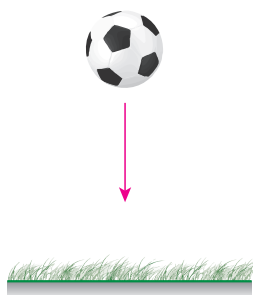
دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



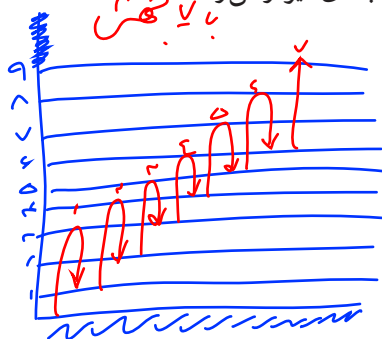
۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ

از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و

پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟





برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول را با یک نظم و ترتیب کامل کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

۹ و ۶ ←

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟

۲,۲      ۲,۳      ۲,۴      ۲,۵  
 ۱,۲      ۲,۴      ۲,۵      ۱,۵  
 ۱,۳      ۲,۵      ۲,۵      ۱,۵  
 ۱,۴      ۲,۵      ۲,۵      ۱,۵  
 ۱,۵      ۲,۵      ۲,۵      ۱,۵  
 ۱,۵      ۲,۵      ۲,۵      ۱,۵

حالت ۳

۱+۲+۲=۵

۳- با رقم‌های ۲، ۷ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشند).

- ۲۲۲-۲۲۵-۲۲۷-۲۳۲-۲۳۵-۲۳۷-۲۷۲-۲۷۵-۲۷۷
- ۵۲۲-۵۲۵-۵۲۷-۵۳۲-۵۳۵-۵۳۷-۵۷۲-۵۷۵-۵۷۷
- ۷۲۲-۷۲۵-۷۲۷-۷۳۲-۷۳۵-۷۳۷-۷۷۲-۷۷۵-۷۷۷

۴- تعداد زیادی سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌تواند کرایه ۵۰۰ تومانی تاکسی را پرداخت کرد؟



سکه‌های ۱۰۰ تومانی

۵	۵
۲	۴
۴	۳
۶	۲
۸	۱
۱۰	۱

۶ حالت



به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آنگاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟  $\checkmark$  سال  
ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.  
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	
۱	۱	۷۰	x
۱	۲	۳۵	x
۱	۵	۱۴	x
۱	۷	۱۰	x
۲	۵	۷	$\checkmark$

$$2 + 5 + 7 = 14$$

$$2 \times 5 \times 7 = 70$$

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟

در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوب‌اند. با این توضیح

کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

• آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟

• آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟

• آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟  $\checkmark$

• آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به

عدد مورد نظر رسید.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

۲۲ و ۱۹ و ۱۶ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند.

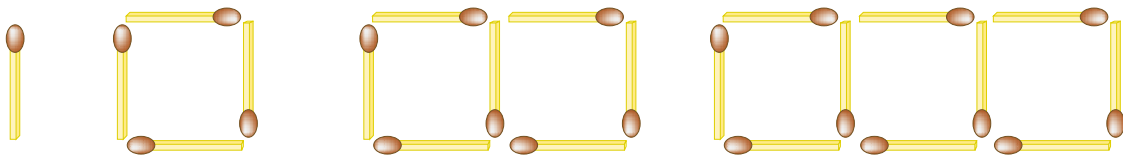
۴۹ و ۳۶ و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

هر عدد با اعداد فرد جمع می‌شود.

۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

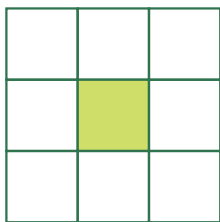
مقدورها نصف می‌شوند.

۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟

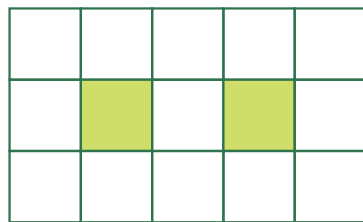


شکل (۱) ۱، شکل (۲) ۴، شکل (۳) ۷، شکل (۴) ۱۰  
 ۱، ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۸

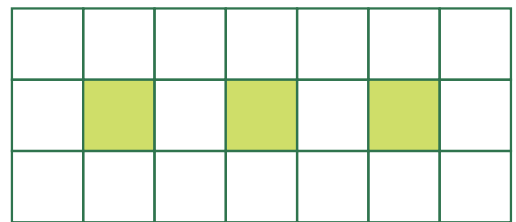
۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

۱/۹، ۲/۱۵، ۳/۲۱، ۴/۲۷، ۵/۳۳، ۶/۳۹



ممکن است حلّ یک مسئله، روش و راه حلّ مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک توقفگاه (مصوب فرهنگستان Parking) وجود دارد. اگر تعداد کلّ چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	$2 \times 10 + 3 \times 10 = 50$ ✗
۱۱	۹	$2 \times 11 + 9 \times 3 = 49$ ✗
۱۲	۸	$2 \times 12 + 8 \times 3 = 48$ ✗
۱۵	۵	$15 \times 2 + 5 \times 3 = 45$ ✓



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرید. با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید. با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲- دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

زاویه اول	زاویه دوم	بررسی (مجموع)
۲۰	۶۰	۸۰ ✗
۲۵	۷۵	۱۰۰ ✗
۲۷.۵	۸۲.۵	۱۱۰ ✗
۲۲.۵	۶۷.۵	۹۰ ✓

$3 \times \blacksquare + 10 = 31$

۳- به جای  $\blacksquare$  چه عددی می‌توان قرار داد؟

$3 \times 10 + 10 = 40$

به جای  $\blacksquare$  عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱۰ شروع کنید.

بررسی:

۱	$3 \times 1 + 10 = 13$ ✗
۷	$3 \times 7 + 10 = 31$ ✓





مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. فهرستی از این زیرمسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

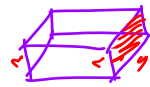
۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟  $5 \times 3000 = 15000$

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$15000 \times 2 = 30000$$

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۳/۰ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



$12 \times 6 \times 3 = 216 = 72$   
 مساحت کف استخر =  $2 \times 6 \times 3 = 36$   
 مساحت دیوارهای عمودی =  $2 \times 3 \times 12 = 72$   
 مساحت دیوارهای طولی عمودی =  $72 + 36 + 72 = 180$   
 مقدار رنگ لازم =  $180 \times 3 = 540$

۳- میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروش، از این کار خود چقدر سود برده است؟



سود سیب =  $3000 - 2500 = 500$   
 سود پرتقال =  $2000 - 1500 = 500$   
 سود کل =  $40 \times 500 + 80 \times 500 = 60000$



برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید  $139253^{\circ}$  کیلومتر و قطر کره زمین  $12756/6$  کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین

است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.  $139253^{\circ} \approx 1000,000$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.  $12756/6 \approx 10000$



$$\frac{1000000}{10000} = 100 = \text{تقریباً}$$

۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. *در مرحله از جمع صورت یک از جمله کمتر است.*

به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شده این مسئله را حل کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

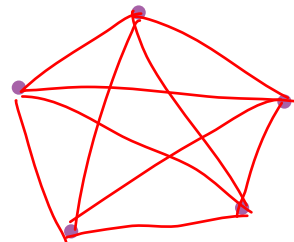
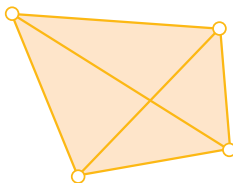
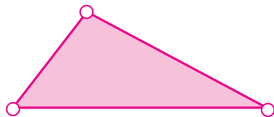
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۳- اگر  $10^{\circ}$  نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست. یک الگو پیدا کنید و برای  $10^{\circ}$  نقطه نتیجه گیری کنید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

نقطه	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد پاره خط	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵





بسیاری از مسئله ها را می توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله ها هم می توانیم از مدل سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل سازی به شمار می رود.

۱- احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟

اکنون می توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد.)

۶...	۴ × ۶... + ۲۰۰۰ = ۲۴...
۷...	۴ × ۷... + ۲۰۰۰ = ۲۸...

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه

به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

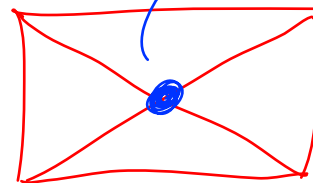
$$6 \times \bigcirc + 10 = 100$$

۱۰	۶ × ۱۰ + ۱۰ = ۷۰	کم
۲۰	۶ × ۲۰ + ۱۰ = ۱۳۰	زیاد
۱۵	۶ × ۱۵ + ۱۰ = ۱۰۰	✓

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه خنک کن (مصوب فرهنگستان Cooler)

قرار دهند؛ به طوری که از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید.

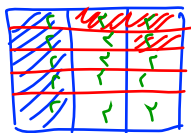
محل قرارگیری خنک کن





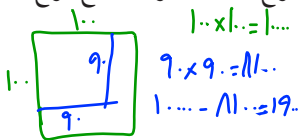
در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. درباره راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود، یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند؛ ولی شیوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند؛ اما ممکن است نحوه شکل کشیدن آنها متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱-  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و  $\frac{1}{8}$  دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟



تایپی ۲ = ۷ = ۱۴  
کلی ۳ = ۲ × ۱۵

۲- مساحت مربعی به ضلع  $100$  سانتی‌متر،  $1$  متر مربع است. اگر از ضلع مربع  $10$  درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



$100 \times 100 = 10000$   
 $90 \times 90 = 8100$   
 $10000 - 8100 = 1900$   
 $\frac{1900}{10000} = 19\%$



۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است:  
گندم: ۴۵٪      جو: ۳۷٫۵٪      ذرت: ۱۷٫۵٪  
اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

$\frac{45}{100} \times 15 = 6.75$  گندم

$\frac{37.5}{100} \times 15 = 5.625$  جو

$\frac{17.5}{100} \times 15 = 2.625$  ذرت

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} = ?$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} = ?$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

۴- حاصل عبارت روبه‌رو را پیدا کنید.

ابتدا بزرگترین کسر را



۵- در یک کارگاه تولید کفش، ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده است.  $\frac{۳}{۸}$  آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

$$\begin{array}{l} \frac{۳}{۸} \times ۴۹۶۰ = ۱۸۶۰ \\ \frac{۵}{۸} \times ۴۹۶۰ = ۳۱۰۰ \end{array}$$

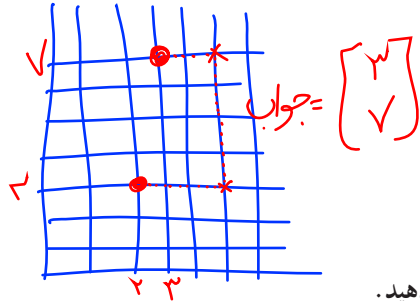
$$۱۸۶۰ \times ۲۷۰۰۰ = ۵۰۲۲۰۰۰$$

$$۳۱۰۰ \times ۳۴۰۰۰ = ۱۰۵۴۰۰۰$$

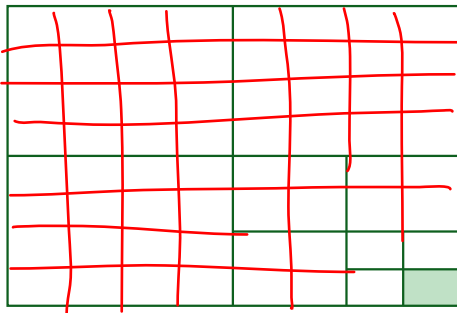
$$\Rightarrow ۵۰۲۲۰۰۰ + ۱۰۵۴۰۰۰ = ۶۰۷۶۰۰۰$$

www.salehkar.ir

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می دهد. مهره او روی خانه  $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$  است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

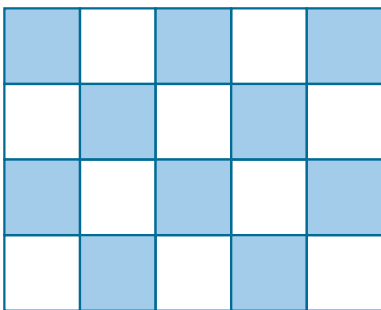


۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



$$\frac{۱}{۲۵}$$

۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی آبی دارد؟



$$\frac{۱}{۲}$$

۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۹.۴

عدد اول	عدد دوم	جمع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

$$5 \times 7 - 3 = 32$$

تستی | حدس

$$5 \times 6 - 3 = 27 \times$$

$$5 \times 7 - 3 = 32 \checkmark$$

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای حل مسئله تهیه کنید تا در

هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن استفاده کنید. هنگام حل مسئله

می‌توانید از ماشین حساب نیز استفاده کنید.